Поиск оптимальных параметров промышленных систем

Д.С. Корякин,
магистр, ministren@mail.ru,
ВоГУ, г. Вологда

В статье представлен алгоритм поиска оптимальных параметров промышленной нелинейной системы различной природы путём замены натурного эксперимента адекватной математической моделью.

The algorithm of search of optimum parameters of industrial nonlinear systems of different genesis by replacement of a natural experiment with adequate mathematical model is presented in article.

1. Проблема поиска оптимальных параметров системы

Большинство современных промышленных систем представляют собой сложную организацию из множества взаимосвязанных элементов, каждый из которых имеет свои характеристики и параметры работы. Чаще всего такие системы работают в постоянно изменяющихся условиях внешней среды. При этом, в каждый момент времени такая система может быть однозначно определена совокупностью параметров системы и параметров внешней среды.

Эффективность работы подобных систем напрямую зависит от выбора и своевременного изменения параметров системы в соответствии с изменениями воздействий на систему внешней средой. Таким образом, возникает необходимость выбора оптимальных параметров работы системы в изменяющихся условиях.

Выбор оптимальных параметров системы заключается в определении значений параметров, которые при существующих ограничениях обеспечивают наилучшие показатели качества системы.

Цель оптимального управления состоит в достижении экстремума некоторой величины J - критерия оптимальности. Критерий оптимальности может служить оценкой качества переходного или установившегося процесса в системах автоматического управления и отражать технические или экономические показатели системы.

Однако, выбор оптимальных параметров системы затрудняется необходимостью многократного проведения экспериментов для проверки работы системы при изменении её параметров с целью поиска, наиболее соответствующих заданному критерию оптимальности значений.

Такой подход оказывается очень затратным, как по ресурсным, так и по организационным, и временным потерям. Кроме того, повторение множества однотипных экспериментов может сильно увеличить бюджет исследований, если для изменения параметров системы потребуются серьёзные изменения в конструкцию системы или составляющих её элементов.

2. Методы решения задач оптимизации

Для выбора оптимальных параметров промышленной системы необходимо решить соответствующую оптимизационную задачу.

Методы оптимизации, используемые для решения различных оптимизационных задач, во многом зависят от свойств минимизируемой функции - непрерывности, выпуклости и т.д.

В настоящее время для решения задач оптимизации применяют в основном следующие методы:

- методы исследования функций классического анализа;
- методы, основанные на использовании неопределенных множителей Лагранжа;
- вариационное исчисление;
- динамическое программирование;
- принцип максимума;
- линейное программирование;
- нелинейное программирование.

Набор параметров системы и параметров внешней среды, оказывающей влияние на систему, описывает текущее состояние системы в данный момент времени, а саму систему в этом случае можно рассматривать как динамическую систему.

Теория динамического программирования базируется на принципе оптимальности. Согласно принципу оптимальности, каждая точка оптимальной траектории обладает тем свойством, что отрезок траектории, начинающийся из этой точки, тоже оптимален. Другими словами, оптимальное поведение обладает тем свойством, что каково бы ни было первоначальное поведение, последующие решения должны быть оптимальными относительно уже реализовавшегося состояния.

Динамическое программирование служит эффективным методом решения задач оптимизации дискретных многостадийных процессов, для которых критерий оптимальности задается как аддитивная функция критериев оптимальности отдельных стадий.

По существу метод динамического программирования представляет собой алгоритм определения оптимальной стратегии управления на всех стадиях процесса. При этом закон управления на каждой стадии находят путем решения частных задач оптимизации последовательно для всех стадий процесса с помощью методов исследования функций классического анализа или методов нелинейного программирования. Результаты решения обычно не могут быть выражены в аналитической форме, а получаются в виде таблиц.

При решении задач методом динамического программирования, как правило, используют вычислительные машины, обладающие достаточным объемом памяти для хранения промежуточных результатов решения, которые обычно получаются в табличной форме.

Для получения численных результатов в решении задач оптимизации такими методами, как динамическое программирование, принцип максимума и т.п., на определенных этапах их применения важное место отводится нелинейному программированию.

Методы нелинейного программирования применяют для решения оптимальных задач с нелинейными функциями цели. На независимые переменные могут быть наложены ограничения также в виде нелинейных соотношений, имеющих вид равенств или неравенств. Эти методы иногда называют также прямыми методами решения задач оптимизации.

Название «методы нелинейного программирования» объединяет большую группу численных методов, многие из которых приспособлены для решения оптимальных задач соответствующего класса. Выбор того или иного метода обусловлен сложностью вычисления критерия оптимальности и сложностью ограничивающих условий, необходимой точностью решения, мощностью имеющейся вычислительной машины и т.д. Ряд методов нелинейного программирования практически постоянно используется в сочетании с другими методами оптимизации, как, например, метод сканирования в динамическом программировании. Кроме того, эти методы служат основой построения систем автоматической оптимизации - оптимизаторов, непосредственно применяющихся для управления производственными процессами [2].

Численные методы решения задач нелинейного программирования - наиболее известные методы решения несложных задач оптимизации. Это методы построения алгоритмов, позволяющих отыскивать минимальное (максимальное) значение функции f(x) (где x - элемент некоторого пространства E) и точку x', в которой это значение реализуется.

Область определения функции f(x) может либо совпадать со всем пространством E, либо же ограничиваться определенными условиями $x \in Q$, где Q - некоторое множество из E. В соответствии с этим рассматриваются либо задачи оптимизации без ограничений (отыскание безусловного экстремума), либо задачи с ограничениями (задачи на условный экстремум). Если в допустимой области Q изменения аргумента x имеется несколько точек, реализующих локальные минимумы функции f(x), то можно рассматривать две задачи оптимизации: отыскание локального (относительного) минимума и отыскание глобального (абсолютного) минимума.

Дополнительные трудности при решении задач оптимизации этими методами возникают вследствие того, что система уравнений, получаемая в результате их применения, обеспечивает лишь необходимые условия оптимальности. Поэтому все решения данной системы должны быть проверены на достаточность.

3. Математическая модель системы для решения задачи оптимизации её параметров

Значительно упростить и лишить поиск оптимальных параметров системы недостатков, описанных выше, может метод определения оптимальных параметров системы по математической модели процессов, протекающих в системе.

Математическая модель — это система математических соотношений, описывающих изучаемый процесс или явление. Для составления математической модели можно использовать любые математические средства - язык дифференциальных или интегральных уравнений, теорию множеств, абстрактную алгебру, математическую логику, теорию вероятностей и др.

Процесс составления математической модели называется математическим моделированием. Это самый общий и наиболее употребляемый в науке, в частности, в кибернетике, метод исследований.

В общем случае, схема поиска оптимальных параметров работы системы представлена на рисунке 1.

В основе метода лежит замена проведения натурных экспериментов с системой математической моделью (ММ) этой системы, изменяя входные параметры которой, можно быстро и с минимальными ресурсными затратами получать оценку работы реальной системы при изменении её параметров.

Корректность поиска оптимальных параметров системы требует адекватности составленной математической модели реальным процессам системы, т.е. математическая модель системы должна быть способна отображать её свойства с погрешностью не выше заданной. Оценка адекватности модели проводится путём проверки соответствия расчётных данных данным, полученным в результате проведения эксперимента.

Работа любой системы в первую очередь определяется установленными для неё техническими условиями (ТУ).

ТУ разрабатываются по решению разработчика и/или изготовителя или по требованию заказчика (потребителя) изделия. ТУ описывают требования к системе и её работе, а также методы контроля (испытаний) для проверки соответствия работы системы заявленным требованиям [3].

Технические условия работы системы определяют набор параметров системы $[x_1,...,x_n]$, значения которых являются входными данными для математической модели некоторой нелинейной промышленной системы. Результатами исследования математической модели при заданных параметрах являются значения $[y_1,...,y_n]$.

После проведения экспериментов с математической моделью производится статистическая обработка данных набора параметров системы $[x_1,...,x_n]$ и результатов работы модели $[y_1,...,y_n]$ с помощью программы регрессионного анализа (ПРА). Регрессионный анализ позволяет установить связь изменения параметров системы с результатами её работы.

На основе результатов работы ПРА составляется уравнение влияния факторов (УВФ). УВФ устанавливает каждому параметру работы системы числовой коэффициент, соответствующий изменению результатов работы системы в результате изменения этого параметра.

Выбор оптимальных параметров работы осуществляется путём решения задачи нелинейного программирования (ЗНП), формализация которой возможна из ТУ. Для ЗНП определяются условия ограничений параметров системы, а также критерий оптимизации системы.

Решение ЗНП осуществляется программой нелинейного программирования (ПНП) с учётом составленного уравнения влияния факторов. В результате получаем значения оптимальных при заданных условиях параметров работы системы $[x_1',...,x_n']$.

Далее, можно переходить к внесению необходимых изменений в реальную систему с учётом расчётных значений. Таким образом, исследование математической модели позволяет сэкономить ресурсные, временные и организационные затраты на выбор оптимальных параметров системы.

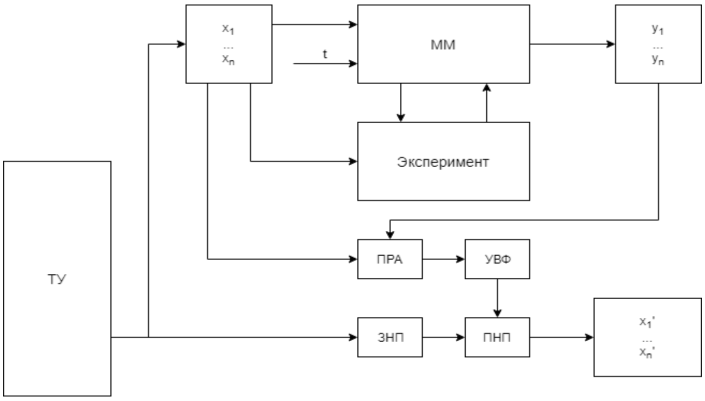

рис. 1 Схема поиска оптимальных параметров системы

Заключение

Составленная математическая модель полностью отражает работу системы, что позволяет, не прибегая к проведению дополнительных натурных экспериментов, путём изменения параметров модели и анализа результатов выполнения модели, найти оптимальные значения параметров системы.

Таким образом, предлагаемый метод поиска оптимальных параметров промышленных систем существенно сокращает затраты на используемые ресурсы, организацию экспериментов и время поиска. Метод может быть легко встроен в сложные динамические системы, работающие в изменяющихся условиях внешней среды.

Литература

1. Глушков В.М., Амосов Н.М., Артеменко И.А. Энциклопедия кибернетики. Том 2. — Киев, 1974. — 619 с.;
2. Трифонов А.Г. Постановка задачи оптимизации и численные методы её решения [электронный ресурс]. — SoftLine Co. — Свободный режим доступа: http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book_2/index.php;
3. ГОСТ 2.114-2016 Единая система конструкторской документации (ЕСКД). Технические условия. — Введ. 01.04.2017. — Москва: ФГУП «Стандартинформ», 2016. — 16 с.