

Применение компьютерных графических технологий в начертательной геометрии и её приложениях

А.А. Ляшков,
проф., д.т.н., доц., 3dogibmod@mail.ru
Г.Е. Мурашев,
студ., g.murashev@mail.ru,
ОмГТУ, Омск

В докладе рассматривается использование некоторых возможностей современных CAD–систем при решении задач начертательной геометрии с последующим их применением к решению конструктивных и некоторых прикладных задач. Показано, что наиболее естественным решением многих позиционных, конструктивных и прикладных геометрических задач является их реализация в модельном пространстве. Приведены примеры компьютерного моделирования решения позиционных задач. Полученные результаты использованы при моделировании конструктивной задачи, а также прикладной, связанной с формообразованием изделия с состыкованными поверхностями.

The report discusses the use of some features of modern CAD–systems in solving problems of descriptive geometry, followed by their application to the solution of structural and some applied problems. It is shown that the most natural solution of many positional, constructive and applied geometric problems is their implementation in the model space. Examples of computer simulation of the solution of positional problems are given. The obtained results are used in the modeling of the design problem, as well as applied, associated with the formation of the product with docked surfaces.

Введение

Традиционно решение задач начертательной геометрии выполняется на основе ее методов и алгоритмов [1, 2, 3]. Среди них значительное место занимает решение позиционных задач, геометрическими объектами которых являются поверхности. Внедрение в учебный процесс средств компьютерного геометрического моделирования в виде различных CAD-систем вызывает необходимость их адаптации для решения задач начертательной геометрии. Так наиболее естественным решением многих позиционных задач является их реализация в модельном пространстве с последующим переходом, при необходимости, в пространство чертежа [4, 5].

Заметим, что в отличие от алгоритмов, реализуемых методами начертательной геометрии, при использовании САПР не требуется выполнять выбор метода решения задачи, но требуется разработка алгоритма пространственной реализации задачи с учетом постоянно расширяющихся возможностей средств компьютерной графики. Знания же методов начертательной геометрии нужны для осмысления полученного результата и, в частности, для установления промежуточных и опорных точек линии пересечения. Особенно, если в дальнейшем потребуется переход от 3D-модели к чертежу. В связи с этим целью приводимых примеров является не просто показ моделей пересекающихся поверхностей, но и демонстрация некоторых возможностей САПР по анализу этих моделей, а также их применение к решению конструктивных и прикладных задач.

Заметим, что в случае, если исходные поверхности заданы уравнениями, то оптимальный вариант их моделирования может быть достигнут на основе систем компьютерной алгебры. Полученные модели являются существенной подсказкой при реализации позиционной задачи на чертеже.

1. Компьютерное моделирование решения позиционных задач начертательной геометрии

Моделирование пересечения поверхностей занимает важное место как в традиционной начертательной геометрии, так и в задачах, рассматриваемых вне рамок традиционного курса [3], а также прикладных задачах. Ниже приведена иллюстрация решения некоторых таких задач средствами компьютерной графики.

Пример 1. Даны коническая и цилиндрическая поверхности вращения. Разработать компьютерные модели поверхностей, их линии пересечения и вырезов в этих поверхностях.

Решение. Модели цилиндрической и конической поверхностей можно создать на основе типовых примитивов САПР или сформировать по их определителю, что также не вызывает затруднений. Пример таких поверхностей показан на рис. 1. На этом рисунке есть поверхности, но нет их линии пересечения как геометрического объекта. САПР AutoCAD позволяет строить эти линии, что показано на рис. 2а. На рис. 2б приведены те же поверхности при другом стиле их отображения, причем линия пересечения изображена как на поверхностях, так и вне их, что удобно для анализа ее формы.

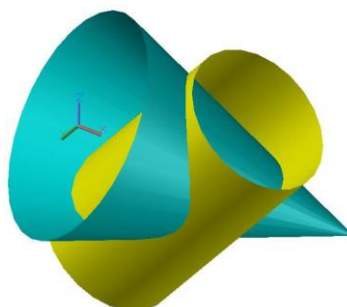


рис. 1 Модели цилиндрической и конической поверхностей вращения

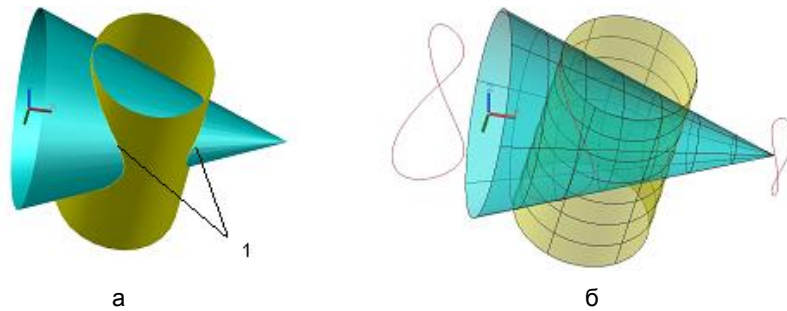


рис. 2 Модели цилиндрической и конической поверхностей вращения вместе с их линией пересечения 1

Новые возможности, предоставляемые современными САПР, позволяют строить не только линии пересечения поверхностей, но и вырезы, получаемые при проникании одной поверхности другой, что иллюстрируется рисунком 3. При этом формируется не только вырез, но и его граница, как геометрический объект, который можно использовать для конструирования стыкуемой поверхности.

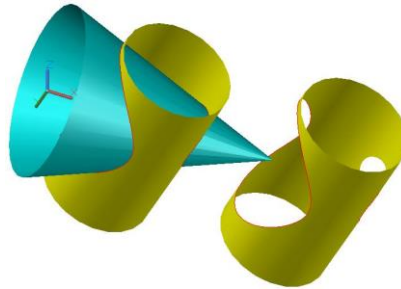


рис. 3 Модели конической и цилиндрической поверхности с вырезами, после их взаимного проникания

Пример моделирования взаимного проникания двух конических поверхностей вращения, описанных вокруг сферы (рис. 4а), показан на рис. 4б.

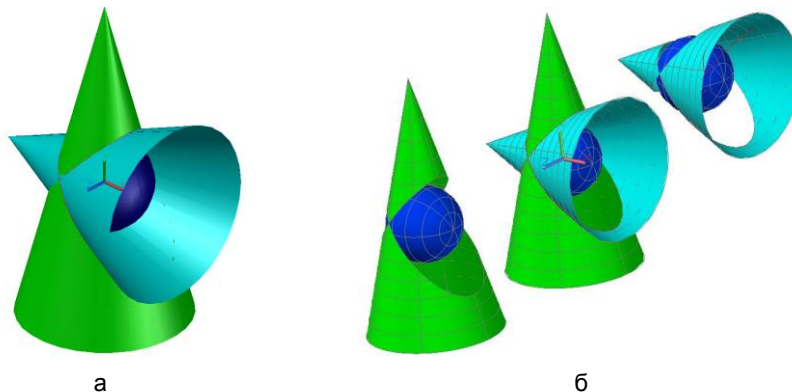


рис. 4 Сфера и конические поверхности с вырезами, после их взаимного проникания

2. Моделирование решения конструктивной задачи

Конструктивные задачи – это задачи на построение фигур, удовлетворяющих заданным условиям. Возможности, предоставляемые 3D-моделированием геометрических объектов средствами компьютерной графики, могут быть успешно использованы при решении конструктивных задач на новом качественном уровне. Иллюстрацией этого служит рассмотренное ниже компьютерное моделирование решения одной из таких задач.

Задача. Дана одна полость конической поверхности вращения и сфера (рис. 5). Найти геометрическое место точек, равноудалённых от заданных поверхностей на расстояние, равное кратчайшему расстоянию от центра сферы до конической поверхности.

Анализ решения. Решение этой задачи можно разбить на две составляющие: 1) определение расстояния d от точки (центр сферы) до конической поверхности; 2) определение геометрического множества точек (ГМТ), равноудалённых на расстояние d от заданной сферы и полости конической поверхности.

1. Расстояние от точки до поверхности измеряется длиной отрезка перпендикуляра, опущенного из точки на поверхность. В рассматриваемом случае перпендикуляр нужно строить к образующей конической поверхности, которая расположена в плоскости, проходящей через центр сферы и ось конической поверхности.

2. Искомое ГМТ находится в пересечении двух множеств точек, одно из которых удалено на величину d от заданной сферы, а второе – от конической поверхности и её вершины. Первое множество представляет собой сферу с тем же центром, что и исходная сфера, но радиусом, больше чем радиус заданной сферы на величину d . Второе множество состоит из двух подмножеств – отсеков конической поверхности и сферы радиусом d . Точки отсека этой конической поверхности отстоят от заданной конической поверхности на величину d , а центр отсека сферы находится в вершине конической поверхности.

Таким образом, компьютерному 3D-моделированию подлежат перечисленные геометрические объекты, а также решение позиционных и метрических задач с ними связанных.

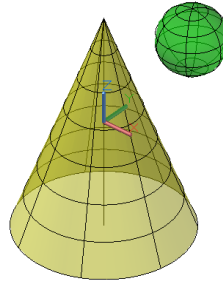


рис. 5 Исходные данные

Решение. Для определения расстояния от центра заданной сферы – 1 до заданной конической поверхности – 2 создадим модель отсека плоскости – 3. Эта плоскость определяется точкой (центром сферы) и прямой (осью конической поверхности) (рис. 6). Полученный отсек плоскости задает в пересечении с конической поверхностью прямолинейную образующую – m (рис. 7а).

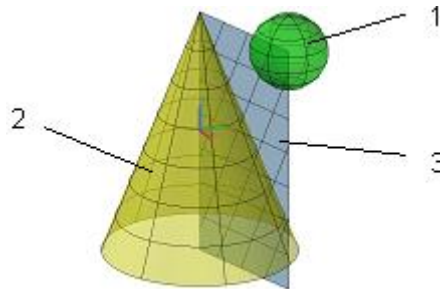


рис. 6 Исходные поверхности 1 и 2, а также отсек плоскости – 3, проходящей через центр сферы и ось конической поверхности

Опустим перпендикуляр из точки O (центр сферы) на полученную образующую. Тогда длина отрезка OA есть искомое расстояние d от центра сферы до конической поверхности (рис. 7б).

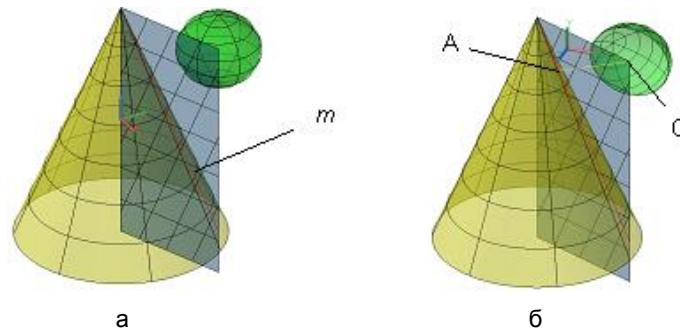


рис. 7 Пересечение отсека плоскости с конической поверхностью по образующей m ; OA – расстояние от центра сферы до конической поверхности

Найдём теперь геометрическое место точек, равноудалённых от полости конической поверхности и ее вершины на полученное расстояние d . Таким ГМТ является поверхность, образованная отсеком конической поверхности и отсеком сферы с центром в вершине данной полости конической поверхности. Построим отсек 1, конической поверхности, являющийся ГМТ, равноудалённых от боковой поверхности данной полости конической поверхности (рис. 8а). В свою очередь ГМТ, равноудалённых от заданной конической поверхности и ее вершины является отсек сферы (рис. 8б).

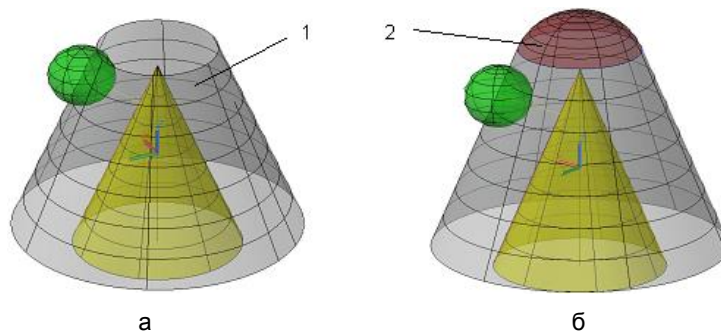


рис. 8 Геометрическое множество точек 1 и 2, равноудалённых от полости конической поверхности и ее вершины

Таким образом, множеством точек, равноудаленных от заданной полости конической поверхности, являются от-секи двух новых поверхностей 1 и 2 (рис. 8). Еще одним множеством точек, используемых для решения задачи, является сфера, центр которой совпадает с центром заданной сферы, а ее радиус на величину d больше радиуса исходной сферы. На рис. 9 для наглядности показана половина полученной сферы - 3.

Следовательно, искомое ГМТ представляет собой линию пересечения поверхностей 1 и 2 (рис. 8) с поверхностью 3 (рис. 9). Результат моделирования показан на рис. 9, где искомая линия m изображена как на поверхностях, так и вне их.

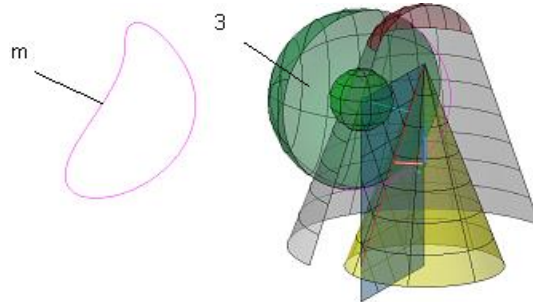


рис. 9 Результат геометрического моделирования поставленной задачи

3. Компьютерное моделирование изделия с состыкованными поверхностями

Изложенные выше некоторые базовые составляющие начертательной геометрии в компьютерной графике находят широкое применение в научных исследованиях и при решении инженерных задач. Ниже приводится пример комплексного использования приведенных результатов при моделировании изделия, ограниченного сложнопрофильными поверхностями.

Пример. Создать поверхностную и твердотельную модель изделия, ограниченного стыкованными поверхностями.

Решение. Создание изделия с состыкованными поверхностями предполагает выполнение в них вырезов различной конфигурации. Пусть в качестве исходной поверхности является отсек цилиндрической поверхности вращения (рис. 10а). Вырез в поверхности может быть выполнен несколькими вариантами. Один из них заключается в проецировании замкнутого контура на поверхность. На рис. 10б показано образование выреза проецированием прямоугольного контура m на цилиндрическую поверхность. В процессе диалога нужно указать поверхность, контур m и направление его проецирования. В этом варианте не создается контур выреза, как геометрического объекта, что вызывает определенные сложности при моделировании поверхности, состыкованной с заданной поверхностью по этому вырезу.

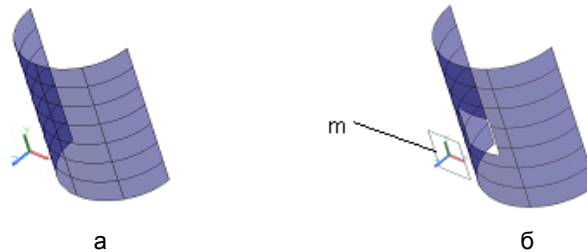


рис. 10 Отсек цилиндрической поверхности: а) исходная модель; б) модель поверхности с вырезом, где m – плоский контур для проецирования

Второй вариант создания выреза в поверхности показан на примерах, приведенных выше. Рассмотрим его применение к поставленной задаче.

Вначале создается призматическая поверхность, образующей которой является контур m , а направляющая параллельна вектору проецирования, как и в первом варианте (рис. 11а). Пересечение полученной поверхности с заданной позволяет построить не только их линию n пересечения, но и вырез, границей которого является кривая n . Она используется для создания новой поверхности, стыкуемой с заданной поверхностью.

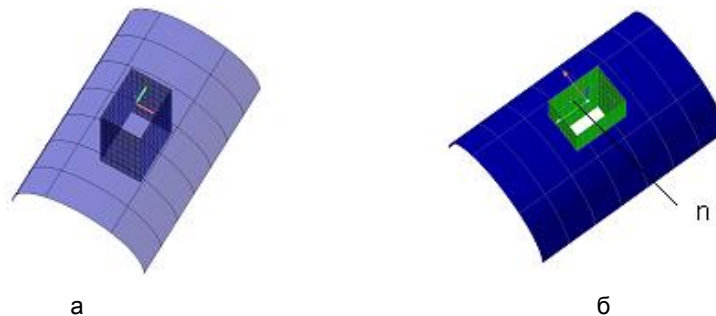


рис. 11 Отсеки цилиндрической и призматической поверхности: а) исходная модель; б) модели поверхностей с вырезом

Тогда последовательность моделирования изделия, ограниченного сложнопрофильными поверхностями, может быть такой, как показано на рисунке 12. Вначале создается стыкуемая поверхность, например, по образующей n и

траектории t (рис. 12а) ее перемещения. Результат моделирования приведен на рис. 12б. Там же созданы и модели оснований цилиндрической поверхности. На заключительном этапе поверхностная модель изделия преобразовывается в твердотельную модель (рис. 12в). В месте стыка поверхностей выполнен плавный переход. При необходимости стыкуемая поверхность может быть дополнена отсеками других поверхностей или подвергнута редактированию.

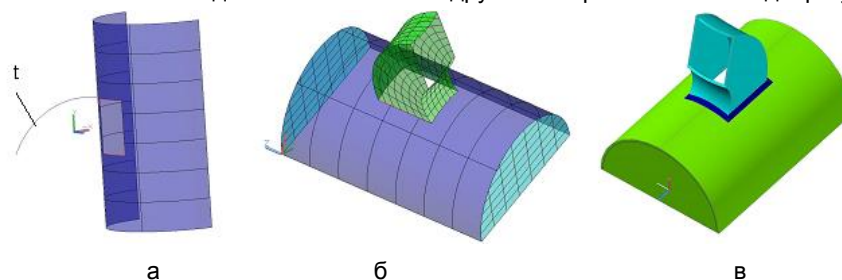


рис. 12 Последовательность формообразования поверхностной и твердотельной модели изделия

Заключение

Рассмотренные выше примеры компьютерной реализации алгоритмов решений задач начертательной геометрии позволяют сделать следующие выводы:

1. Алгоритмы конструктивных решений задач могут быть реализованы в модельном пространстве и при необходимости выполнены в пространстве чертежа. Создаваемые 3D-модели геометрических объектов решаемых задач наглядны, компактны и их моделирование основывается как на алгоритмах традиционной начертательной геометрии, так и возможностях компьютерной графики.

2. Методы и алгоритмы начертательной геометрии, реализуемые средствами САД-систем, могут быть успешно применены для решения различных прикладных задач, что показано на примере моделирования изделия, ограниченного сложнопрофильными поверхностями.

Литература

1. Иванов Г. С. Начертательная геометрия: учебник / Г. С. Иванов. –3-е изд.–М.: Изд. моск. гос. ун-та леса, 2012.– 340 с.
2. Ляшков А. А. Начертательная геометрия: конспект лекций / А. А. Ляшков, Л. К. Куликов, К. Л. Панчук. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2005. – 108 с.
3. Геометрическое моделирование в инженерной и компьютерной графике: учеб. пособие / К. Л. Панчук, А. А. Ляшков, Н. В. Кайгородцева, Л. М. Леонова. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2015. – 445 с.
4. Ляшков А. А. Геометрическое моделирование решений задач начертательной геометрии средствами САПР/ А. А. Ляшков, К. Л. Панчук. - В сборнике: ГРАФИКОН'2016 Труды 26-й Международной научной конференции, 2016. – С. 494-497.
5. Хейфец А.Л. Инженерная компьютерная графика. Autocad. / А.Л. Хейфец Изд.-во Диалог-МИФИ. 2012. - 432 с.