Применение генетического алгоритма к задаче параметрического синтеза

Д.А. Назаров,
н.с., к.т.н., nazardim@iacp.dvo.ru,
ИАПУ ДВО РАН, Владивосток

Рассматривается задача параметрического синтеза технических систем. Основные трудности решения этой задачи связаны с вероятностным характером процесса дрейфа параметров, вычислительной сложностью модели системы, которая обычно задается в алгоритмическом виде, что не позволяет получить решение в аналитическом виде. В работе рассматривается применение генетического алгоритма для выбора оптимальных параметров системы с заданной топологией. Каждая особь популяции представляет собой реализацию набора параметров системы, закодированных с помощью кодов Грея в целочисленных двоичных хромосомах.

The problem of parametric synthesis of engineering systems is considered. Main challenges of the problem are associated with stochastic nature of parametric drift process, computational complexity of the system model which is usually given implicitly in algorithmic form, and therefore analytical solution can not be found. A genetic algorithm application to the problem of optimal parameters sizing for an engineering system given is described in this work. Every single individual within the population contains system parameters encoded with Gray coding of integer grid indices.

Введение

Задача оптимального параметрического синтеза (ПС) возникает на этапе проектирования технических систем. Особую важность эта задача приобретает при разработке систем ответственного назначения с учетом требований надежности и параметрических возмущений, возникающих под влиянием факторов различной природы. Трудоемкость этой задачи обуславливается недостатком информации о закономерностях этого дрейфа и вычислительной сложностью поиска решения, связанного с многократным расчетом модели системы. Одним из путей сокращения вычислительных затрат, является применение эволюционных методов к задаче оптимизации параметров системы по стохастическому критерию.

Задача оптимального параметрического синтеза

В рамках задачи параметрического синтеза (ПС) считается, что задана топология системы в виде модели (1), связывающей набор выходных параметров $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_m)$ с параметрами элементов системы (внутренними параметрами) $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$:

$$y_i = y_i(\mathbf{x}), \forall i = 1,2,\ldots,m \quad (1)$$

Работоспособность системы определяется соответствием выходных параметров заданным ограничениям – условиям работоспособности (2):

$$\mathbf{y}_{\min} \le \mathbf{y}(\mathbf{x}) \le \mathbf{y}_{\max} \quad (2)$$

Задача параметрического синтеза технических систем [1] состоит в выборе номинальных значений параметров элементов, обеспечивающих выполнение системой ее функций в течение заданного интервала времени T:

$$\mathbf{x}_{ном} = \arg\max P(X(\mathbf{x}_{ном}, t) \in D_x, t \in [0,T]), \quad (3)$$

где $X(\mathbf{x}_{ном}, t)$ – случайный процесс изменения параметров элементов системы под влиянием факторов как внешней среды (температура, влажность, излучения), так и внутренних процессов износа и старения, D_x – область в пространстве внутренних параметров системы, в каждой точке которой система является работоспособной, т.е выполняются условия работоспособности (2). Эта область называется областью работоспособности и, как правило, ее характеристики неизвестны, поэтому проверка нахождения вектора значений внутренних параметров системы внутри области работоспособности заменяется проверкой соответствия выходных характеристик заданным условиям работоспособности (2):

$$\mathbf{x}_{ном} = \arg\max P(\mathbf{y}_{\min} \le \mathbf{y}(X(\mathbf{x}_{ном}, t)) \le \mathbf{y}_{\max}, t \in [0,T]) \quad (4)$$

В этом случае расчет стохастического критерия требует существенно больше вычислительных затрат, чем проверка принадлежности точки области работоспособности в выражении (3). Оценка вероятности выполнения условий работоспособности для различных начальных значений номиналов методом Монте-Карло требует многократного расчета модели (1). В связи с этим, решение задачи ПС со стохастическим критерием (4) требует либо высокопроизводительной инфраструктуры, такой как технологии параллельных вычислений для случая прямого перебора на сетке [2], либо применения различных поисковых алгоритмов, не использующих полный перебор [3].

В данной работе рассматривается эволюционный алгоритм поиска оптимального решения задачи ПС на основе имитации естественного процесса отбора наиболее приспособленных особей, являющихся решениями задачи, для порождения новой популяции в результате обмена генетической информацией и случайной мутации в процессе скрещивания. Такие алгоритмы решения оптимизационной задачи называются генетическими алгоритмами (ГА) [4].

Применение генетического алгоритма к задаче параметрического синтеза

В качестве особей популяции выступают возможные решения задачи ПС в виде набора векторов внутренних параметров. Каждая итерация алгоритма состоит в порождении новой популяции из предыдущей (кроме начальной) и отборе наиболее приспособленных особей с целью либо выбрать из них наиболее подходящее решение, либо получения новой популяции потомков с целью дальнейшего поиска.

В рассматриваемом в данной работе алгоритме популяция потомков полностью замещает родительскую. В каждой i-й популяции существуют K особей, каждая j-я из которых реализует точку $\mathbf{x}^{ij} = (x^{ij}_1, x^{ij}_2, \ldots, x^{ij}_n)$: в пространстве внутренних параметров. Одной из главных особенностей ГА является то, что аргументы целевой функции $\mathbf{x}^{ij}$ (фенотипы) используются в закодированном виде – хромосомах, а особь представляет собой набор этих хромосом – генотип $\mathbf{h}^{ij} = (h^{ij}_1, h^{ij}_2, \ldots, h^{ij}_n)$. Над хромосомами выполняются два типа операций: скрещивание и мутация. Операция скрещивания выполняется для двух отобранных в результате селекции особей текущей популяции путем обмена случайных частей хромосом с целью порождения двух особей следующего поколения. Операция мутации выполняется с некоторой заданной вероятностью над случайно выбранным геном случайно выбранной хромосомы особи новой популяции. В качестве меры приспособленности каждой особи считается близость к решению задачи (экстремуму целевой функции). В контексте задачи ПС функцией приспособленности выступает собственно целевая функция вероятности выполнения условий работоспособности (2) в течение заданного времени (4). Важно еще раз отметить, что ГА оперирует закодированными значениями параметров - хромосомами, поэтому для вычисления функции приспособленности необходимо выполнять их декодирование $\mathbf{x}^{ij} = \mathbf{x}^{ij}(\mathbf{h}^{ij})$.

Рассмотрим более детально особенности используемого в данной работе ГА применительно к задаче ПС. Аргументом целевой функции является вектор действительных чисел. В качестве хромосом обычно используют двоичное представление чисел, однако, внутреннее машинное представление чисел с плавающей точкой представляет определенные трудности их использования в ГА, связанные с заполнением двоичных разрядов дробных чисел [5]. В данной работе кодирование параметров задачи выполняется двоичным представлением целочисленного индекса ближайшего узла сетки с помощью кода Грея. Для каждого параметра x_i элемента системы существует диапазон допуска (5):

$$x_{i\min} \le \mathbf{x}_i \le x_{i\max} \tag{5}$$

Для достижения определенной точности решения ε задается шаг сетки $d_i \le \varepsilon$ по i-му параметру. Таким образом, решение оптимизационной задачи (4) выполняется среди значений на сетке, а ГА оперирует хромосомами, кодирующими целочисленные индексы этой сетки $\mathbf{h} = (h_1, h_2, \ldots, h_n)$:

$$h_i = \left\lfloor \frac{\mathbf{x}_i - x_{i\min}}{d_i} \right\rfloor \tag{6}$$

Операция (6) перевода значений параметров $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ в индексы $\mathbf{h} = (h_1, h_2, \ldots, h_n)$ ближайшего узла сетки нужна только на начальном этапе ГА при формировании начальной популяции либо случайными точками, либо специально определенными оператором.

Шаг 1. Формирование начальной популяции

Популяция представляет собой набор K генотипов, кодирующих кодом Грея индексы узлов сетки, соответствующих начальным значениям параметров задачи ПС:

$$\mathbf{H}^0 = \{\mathbf{h}^{01}, \mathbf{h}^{02}, \ldots, \mathbf{h}^{0K}\}, \tag{7}$$

где $\mathbf{h}^{0j} = (h^{0j}_1, h^{0j}_2, \ldots, h^{0j}_n)$ – генотип j-й особи, состоящий из хромосом h^{ij}_l, l=1,2,…,n.

Шаг 2. Вычисление функции приспособленности каждой особи

Для каждой j-й особи i-й популяции выполняется декодирование хромосом в параметры задачи (8):

$$x^{ij}_l = x_{l\min} + d_l \cdot h^{ij}_l \tag{8}$$

Сначала выполняется декодирование h^{ij}_l из кода Грея в значение индекса, а затем производится вычисление параметра (8). Для каждого фенотипа с набором параметров $\mathbf{x}^{ij} = (x^{ij}_1, x^{ij}_2, \ldots, x^{ij}_n)$ вычисляется целевая функция (4) методом Монте-Карло, либо путем имитации параметрического дрейфа в случае известных его закономерностей. Значения функции приспособленности записываются в вектор (9) для дальнейшего использования в селекции:

$$\mathbf{f}^i = \{f^{i1}, f^{i2}, \ldots, f^{iK}\} \tag{9}$$

Поиск решения задачи ПС (4) в виде аргумента, доставляющего максимум вероятности состоит в сохранении на каждом i-м этапе генотипа $\mathbf{h}^{ij*}$, не только доставляющего максимум целевой функции для данной популяции, но и превышающий его на предыдущих этапах. Поскольку в задаче ПС в качестве целевой функции используется вероятность, то в случае получения оценки «1.0» остановка алгоритма может считаться целесообразной.

Шаг 3. Селекция

Этап селекции представляет собой отбор особей для порождения популяции потомков. Процедура реализует «метод рулетки» [4], состоящий в разделении круга на K секторов, пропорциональных значению функции приспособленности каждой особи. В данной работе использована модификация этого метода: интервал [0,1] разбивался на части, пропорциональные значениям функции приспособленности каждой особи. Затем генерируется случайное число $0 < p < 1$ и вычисляется индекс j интервала, в который попало это число. Номер j интервала соответствует номеру генотипа $\mathbf{h}^{ij}$, который будет участвовать в скрещивании. Очевидно, что чем выше у особи функция приспособленности, тем больший сектор будет ей соответствовать в «рулетке», следовательно, выше шанс выпадения. Далее необходимо выбрать вторую особь для скрещивания. Она выбирается таким же способом, но необходимо исключить выбор индекса j.

В процессе селекции выбираются пары особей текущей популяции, и в результате скрещивания порождается пара особей следующего поколения. Таким образом, процедура селекции состоит из $K/2$ циклов, в которых в соответствии со значениями функции приспособленности отбираются пары. Одна особь может произвести скрещивание с двумя разными особями (имитация полигамии) или одна и та же пара может произвести потомков более одного раза.

Шаг 4. Скрещивание и мутация

Данный этап происходит в процессе селекции, при выборе каждой пары особей. Операция скрещивания выполняется всегда для каждой пары, мутация зависит от установленной оператором вероятности. Скрещивание представляет собой процедуру комбинации случайных фрагментов хромосом в особи-потомке. Пусть в результате селекции были выбраны две особи с генотипами $\mathbf{h}^{ij}$ и $\mathbf{h}^{im}$. Тогда для каждой k-й хромосомы потомка $\mathbf{h}^{(i+1)g}$ выполняются действия:

1. Выбирается случайный локус v – позиция гена (позиция двоичного разряда числа), по которому разрывается k-я хромосома обоих родителей $h^{ij}{}_k$ и $h^{im}{}_k$.
2. Из обеих родительских хромосом извлекаются левые и правые части в виде двоичных разрядов целого числа: (hl^j, hr^j) и (hl^m, hr^m).
3. Формируется k-я хромосома обоих потомков путем слияния двоичных фрагментов родительских хромосом (эквивалентно сложению):

$$\begin{aligned} \boldsymbol{h}_k^{(i+1)g} &= \boldsymbol{hl}^j + \boldsymbol{hr}^m, \\ \boldsymbol{h}_k^{(i+1)f} &= \boldsymbol{hl}^m + \boldsymbol{hr}^j \end{aligned} \tag{10}$$

4. Возможность мутации моделируется генерированием случайного числа $0 < p < 1$. В случае попадания этого числа в интервал $(0, M]$, где M – установленная оператором вероятность мутации, выполняется мутация путем инверсии случайного двоичного разряда хромосомы потомка.

После порождения новой популяции выполняется переход к шагу 2 алгоритма для расчета значений функции приспособленности особей новой популяции.

Заключение

Рассмотрена задача оптимального параметрического синтеза технических систем, возникающая на этапе их проектирования. Данная задача приобретает особую актуальность при проектировании уникальных систем и систем ответственного назначения, в разработке которых важно учитывать влияние параметрических отклонений на качество функционирования и отказоустойчивость. Особые трудности ее решения заключаются, главным образом, в вычислительной сложности модели системы и необходимости получения статистических оценок вероятности сохранения работоспособного состояния системы. В качестве одного из путей сокращения вычислительных затрат при решении задачи рассмотрен эволюционный алгоритм, имитирующий естественный отбор особей популяции, именуемый генетическим алгоритмом. Данный алгоритм показал существенное сокращение времени вычислений в сравнении с полным перебором. При решении данной задачи методом ГА возникает та же проблема множественности решений задачи при использовании полей рассеяния элементов с высоким классом точности. В данном случае для поиска наилучшего решения требуются дополнительные исследования. При использовании ГА в задаче параметрического синтеза лучшие результаты получаются для элементов со сравнительно большими полями рассеивания.

Работа выполнена с использованием оборудования ЦКП «Дальневосточный вычислительный ресурс» ИАПУ ДВО РАН (https://cc.dvo.ru).

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта ДВО РАН программы «Дальний Восток» (проект № 18-5-044).

Литература

1. Абрамов О.В. Параметрический синтез стохастических систем с учетом требований надежности. М.: Наука, 1992.
2. Лагунова А.Д., Назаров Д.А. Параллельный алгоритм решения задачи оптимального параметрического синтеза на основе метода сеток // Труды Международного симпозиума "Надёжность и качество". - 2018. - Т.1. С. 255-258
3. Аноп М.Ф., Катуева Я.В., Михаличук В.И. Алгоритмы роя пчел и частиц в задаче обеспечения надежности по постепенным отказам//Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. Журн. 2015. № 1. С. 144-157. DOI: 10.7463/0115.0755194.
4. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы— 2-е изд. — М: Горячая линия - Телеком, 2008
5. L. Budin, M. Golub, A. Budin, “Traditional Techniques of Genetic Algorithms Applied to Floating-Point Chromosome Representations”, Proceedings of the 41st Annual Conference KoREMA, Opatija, 1996, pp. 93-96.