

Декомпозиция изделия на сборочные единицы в САД системах

А.Н. Божко,
доц., к.т.н, доц., abozhko@inbox.ru
МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва

В статье рассматривается задача декомпозиции изделия на сборочные единицы в системах автоматизированного проектирования. Это важное проектное решение, которое позволяет рационально организовать процесс сборки сложных изделий и улучшить экономические показатели производства. Предложена гиперграфовая модель сборочной структуры изделия. Показано, что декомпозицию изделия можно описать как разрезание гиперграфа на подграфы. Задача рационального разрезания сформулирована в терминах дискретного математического программирования. Приведены основные ограничения и сформулированы целевые функции, позволяющие выбрать оптимальную декомпозицию в данных производственных условиях

The article deals with the problem of product decomposition into assembly units in computer-aided design systems. This is an important design solution that allows you to rationally organize the process of assembling complex products and improve the economic performance of production. A hypergraphic model of the assembly structure of the product is proposed. It is shown that product decomposition can be described as cutting a hypergraph into subgraphs. The task of rational cutting is formulated in terms of discrete mathematical programming. The main limitations are given and the objective functions are formulated that allow choosing the optimal decomposition under given production conditions.

Введение

Разбиение изделия на сборочные единицы (СЕ) – это важная задача современного проектирования и производства. От выбранной декомпозиции изделия зависят многие технические и экономические характеристики сборочного процесса. Это проектное решение влияет на содержание технологических операций рабочих и планировку производственных помещений.

В исследованиях в области автоматизированного проектирования (computer-aided assembly planning, СААП) относительно мало внимания уделяется синтезу сборочных декомпозиций. В подавляющем большинстве публикаций по СААП сборочная единица рассматривается не как самостоятельный феномен, а как состояние изделия в процессе сборки. В обстоятельном обзоре [1], посвященном этой проблеме, из 96 цитированных источников только в пяти рассматривается задача декомпозиции изделия (Subassembly identification, Subassembly generation).

В [2, 3, 4] для решения этой задачи используются методы кластерного анализа. Авторы основываются на внешнем сходстве кластерных таксономий и сборочных декомпозиций. Они полагают, что сильная внутренняя связность деталей в изделии – это достаточное основание для выделения группы в сборочную единицу. В сборочном производстве данное предположение, как правило, не является корректным. Конструкторские и технологические ограничения отменяют общие правила кластерного анализа, справедливые для плохо структурированных систем и слабоизученных предметных областей. Условиями существования сборочных единиц являются независимая сборка, размерная замкнутость, устойчивость и др.

Проблема синтеза сборочных единиц достаточно подробно рассмотрена в [5]. Подмножество деталей считается сборочной единицей, если для них выполняются условия геометрической разрешимости, связности и устойчивости. Необходимую проектную информацию об изделии записывают в форме матриц пересечений (Interference matrices), матриц контактов (Contact matrices) и матриц соединений (Connection matrices). В работе описан алгоритм генерации сборочных единиц по матричным носителям. Метод требует высоких затрат на заполнение большого числа матриц.

В [6] разбиение изделия на СЕ рассматривается как способ уменьшения комбинаторной сложности задачи синтеза последовательности сборки. В работе предложен комбинаторный алгоритм декомпозиции, основанный на выделении и последующем объединении циклов взвешенного графа связей (Weighted undirected connected graph). Обоснованность алгоритма не подтверждена формальными выкладками или примером.

В [7] предложен метод синтеза сборочных единиц на основе ориентированного графа, который задает отношения предшествования деталей в процессе сборки изделия (Precedence knowledge). В работе не обсуждают способ получения этой модели, полагается, что она известна априори.

В работах [8 – 12] задача декомпозиции изделия сформулирована в терминах разрезания различных структурных моделей изделия: реляционный граф (Relation graph) [8,9], атрибутированный граф (Attributed liaison graph) [10,11], граф связей (Liaison diagram) [12]. По сути дела эти носители представляют собой семантические сети, вершинам и связям которых сопоставлена дополнительная конструкторская информация. Сборочной единицей считается часть сети, удовлетворяющая некоторым эвристическим условиям. Например, в [10] СЕ – это любой цикл, ребра которого соответствуют устойчивым соединениям.

Граф связей и его многочисленные разновидности (сети, диаграммы и др.) являются бинарными математическими объектами. Эти средства не могут адекватно описать пространственную координацию деталей, которая достигается базированием по конструкторским базам. В общем случае, базирование является многоместным отношением. Это – принципиальный недостаток работ, в которых структура изделия представляется в виде графов, сетей или их матричных эквивалентов.

В [14,15] предложен аппарат s -гиперграфов и показано, что s -гиперграфы адекватно описывают поведение технических систем в операциях сборки, разборки и разбиения на СЕ.

1. Гиперграфовая модель изделия

Изделию X поставим в соответствие гиперграф $WS = (X, R)$, в котором множество вершин $X = \{x_i\}_{i=1}^n$ представляет

детали, а множество гиперрёбер $R = \{r_j\}_{j=1}^m$ – минимальные координированные группировки деталей (полные комплекты конструкторских баз), полученные реализацией внутренних механических связей.

На рис. 1 показаны изделие и его гиперграф.

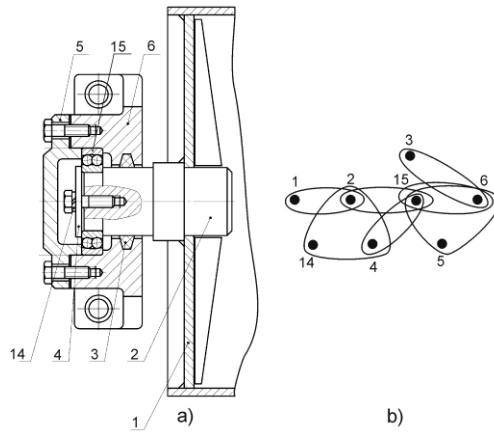


рис. 1 Изделие (а), гиперграф изделия (b)

Определение1. Нормальным стягиванием назовем отождествление двух вершин гиперграфа, соединенных ребром второй степени, и удаление этого ребра.

Определение2. Гиперграф $WS = (X, R)$ называется s -гиперграфом, если при помощи некоторой последовательности нормальных стягиваний его можно преобразовать в одновершинный гиперграф без петель [14, 15].

Определение 1 формализует свойства когерентности и секвенциальности сборочных операций [13]. Такие операции являются преобладающими в современной промышленности. Определение 2 дает математическое описание сборочного процесса, состоящего из когерентных и секвенциальных операций.

Теорема1. Если гиперграф $WS = (X, R)$ является s -гиперграфом, то он связный, имеет по крайней мере одно ребро второй степени и $|X| = |R| + 1$ [13, 14].

Теорема2. Пусть $WS = (X, R)$ – s -гиперграф. Любой подграф $H = (X_H, R_H)$ гиперграфа WS , который включает в себя хотя бы одно ребро второй степени и для которого справедливо линейное ограничение $|X_H| = |R_H| + 1$, является связным и стягиваемым (s -гиперграфом) [14].

2. Математическая модель рациональной декомпозиции изделия

Сборочная единица должна обладать свойством независимой сборки, поэтому ее математическим описанием является s -подграф стягиваемого гиперграфа WS , сопоставленного изделию. Очевидно, что любую декомпозицию можно представить как разрезание s -гиперграфа на s -подграфы. Задачу синтеза рациональной декомпозиции поставим в терминах дискретного математического программирования.

2.1. Выбор переменных

Пусть сборочная структура некоторого изделия $X = \{x_i\}_{i=1}^n$ представлена в виде s -гиперграфа $WS = (X, R)$. Обозначим $A = \|a_{ij}\|_n^{n-1}$ матрицу инцидентности WS , в которой $a_{ij} = 1$ тогда и только тогда, когда вершина x_i соединена с ребром r_j .

Далее будем называть ребрами связи гиперграфа WS , которые соединяют ровно две вершины. Гиперребра – это связи степени три и выше.

Введем переменные:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если деталь } i \text{ входит в CE } j; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

$$y_{kj} = \begin{cases} 1, & \text{если гиперребро } k \text{ входит в CE } j; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

$$z_{mj} = \begin{cases} 1, & \text{если ребро } m \text{ входит в CE } j; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

$$s_j = \begin{cases} 1, & \text{если CE } j \text{ – невырожденная;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

$$i = \overline{1, n}, k = \overline{1, K}, m = \overline{1, M}, K + M = n - 1, j = \overline{1, S}.$$

Невырожденной считается сборочная единица, которая включает в себя по крайней мере две детали.

2.2. Базовые ограничения

При помощи данных переменных запишем базовые ограничения, которые формализуют правила разрезания s -гиперграфа на s -подграфы.

$$\sum_{j=1}^S x_{ij} \leq 1, i = \overline{1, n}. \quad (1)$$

Каждая деталь входит только в одну СЕ либо поступает на общую сборку, минуя включение в промежуточные сборочные единицы (1).

$$\sum_{j=1}^S \sum_{i=1}^n x_{ij} \geq 2. \quad (2)$$

Декомпозиция на сборочные единицы не является тривиальной. Это значит, что она содержит, по крайней мере, одну непустую сборочную единицу (2).

$$\sum_{j=1}^S y_{kj} \leq 1, k = \overline{1, K}. \quad (3)$$

Каждое гиперребро входит в одну СЕ, либо соединяет разные СЕ (3).

$$\sum_{j=1}^S z_{mj} \leq 1, m = \overline{1, M}. \quad (4)$$

Каждое ребро входит в одну сборочную единицу, либо соединяет разные СЕ (4).

$$\sum_{m=1}^M z_{mj} \geq 1, j = \overline{1, S}. \quad (5)$$

В каждую СЕ входит по крайней мере одно ребро второй степени (второе условие теоремы 1) (5).

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = \sum_{k=1}^K y_{kj} + \sum_{m=1}^M z_{mj} + 1, j = \overline{1, S}. \quad (6)$$

Для каждой СЕ должно выполняться условие 3 теоремы 1 (6).

Связность подграфов, которые описывают сборочные единицы, гарантирована теоремой 2, поэтому для этого свойства не нужно вводить специальное ограничение.

$$y_{kj} = 1 \Rightarrow \sum_{i=1}^n x_{ij} \times a_{ik} = \sum_{i=1}^n a_{ik}; k = \overline{1, K}, j = \overline{1, S}. \quad (7)$$

Данное выражение (7) формализует топологическое условие. Если гиперребро k входит в подграф j , то и все вершины, инцидентные этому гиперребру, входят в данный подграф.

Это ограничение записано в логической форме с использованием связей «если то». Представим его в алгебраической форме. Введем вспомогательные переменные $t_{kj} \in \{0, 1\}$, $k = \overline{1, K}$, $j = \overline{1, S}$. Перепишем ограничение в следующем виде

$$y_{kj} = t_{kj}, \sum_{i=1}^n x_{ij} a_{ik} \geq \sum_{i=1}^n a_{ik} t_{kj}; k = \overline{1, K}, j = \overline{1, S}.$$

Эта запись корректна. Действительно, при $t_{kj} = 1$ исходные ограничения трансформируется в систему неравенств $\sum_{i=1}^n x_{ij} a_{ik} \geq \sum_{i=1}^n a_{ik}$, которая может выполняться только как равенство, что дает исходную подсистему ограничений. При $t_{kj} = 0$ неравенства $\sum_{i=1}^n x_{ij} a_{ik} \geq 0$ выполняются тривиально.

$$z_{mj} = 1 \Rightarrow \sum_{i=1}^n x_{ij} \times a_{im} = \sum_{i=1}^n a_{im}; m = \overline{1, M}, j = \overline{1, S}. \quad (8)$$

Если ребро m входит в подграф j , то и все инцидентные вершины ребра входят в этот подграф (8).

По аналогии с (7), преобразуем данное ограничение в алгебраическую форму.

$$z_{mj} = \tau_{mj}, \sum_{i=1}^n x_{ij} a_{im} \geq \sum_{i=1}^n a_{im} \tau_{mj}; m = \overline{1, M}, j = \overline{1, S}$$

Здесь $\tau_{kj} \in \{0, 1\}$, $m = \overline{1, M}$, $j = \overline{1, S}$ – вспомогательные переменные.

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \times a_{ik} = \sum_{i=1}^n a_{ik} \Rightarrow y_{kj} = 1, k = \overline{1, K}, j = \overline{1, S}. \quad (9)$$

Если все инцидентные вершины гиперребра k принадлежат подграфу j , то и само гиперребро должно принадлежать этому подграфу (9). Представим это логическое ограничение в алгебраической форме

$$\left(\sum_{i=1}^n x_{ij} \times a_{ik} - \sum_{i=1}^n a_{ik} \right) \times y_{kj} \geq 0, \sum_{i=1}^n x_{ij} \times a_{ik} - \sum_{i=1}^n a_{ik} + 1 \leq y_{kj},$$

$$k = \overline{1, K}, j = \overline{1, S}.$$

Легко проверить, что данное сведение корректно.

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \times a_{im} = \sum_{i=1}^n a_{im} \Rightarrow z_{mj} = 1; m = \overline{1, M}, j = \overline{1, S} \quad (10)$$

Если все инцидентные вершины ребра m принадлежат подграфу j , то и само ребро должно принадлежать данному подграфу (10).

Данное логическое ограничение представим в алгебраической форме

$$\left(\sum_{i=1}^n x_{ij} \times a_{im} - \sum_{i=1}^n a_{im} \right) \times z_{mj} \geq 0, \sum_{i=1}^n x_{ij} \times a_{im} - \sum_{i=1}^n a_{im} + 1 \leq z_{mj},$$

$$m = \overline{1, M}, j = \overline{1, S}.$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \geq 2 \rightarrow s_j = 1 \text{ и } \sum_{i=1}^n x_{ij} < 2 \rightarrow s_j = 0, j = \overline{1, S}. \quad (11)$$

Если СЕ с номером j не вырождена, то переменная-индикатор s_j принимает единичное значение (11). Это логическое ограничение можно записать в алгебраической форме

$$\left(\sum_{i=1}^n x_{ij} - 2 \right) \times s_j \geq 0, \sum_{i=1}^n x_{ij} - 2 < n \times s_j$$

2.3. Дополнительные ограничения

Система ограничений (1 - 11) является открытой. Ее можно расширить за счёт дополнительных условий, учитывающих особенности принятия решений в данной проектной ситуации.

$$x_{pj} = x_{rj} = 1 \quad (12)$$

Равенство (12) требует, чтобы детали с номерами p и r входили в одну сборочную единицу. Это условие обязательно, если, например, данные детали входят в одну конструкторскую размерную цепь.

$$x_{pj} + x_{rj} < 2 \quad (13)$$

Неравенство (13) запрещает деталям с номерами p и r входить в одну сборочную единицу.

$$\sum_{j=1}^S x_{ij} = 0. \quad (14)$$

Деталь с номером i не входит ни в одну сборочную единицу (14).

$$x_{rj} \geq x_{pj} \quad (15)$$

Если деталь p входит в сборочную единицу j , то в нее должна быть включена и деталь r (15).

$$N_j^{\min} \leq \sum_{i=1}^n x_{ij} \leq N_j^{\max} \quad (16)$$

Неравенство (16) задает ограничения на ёмкость сборочной единицы. В этой формуле N_j^{\min} (N_j^{\max}) – минимальное (максимальное) число деталей в СЕ i .

2.4. Целевые функции

Рассмотрим целевые функции, которые можно использовать для синтеза рациональных декомпозиций на сборочные единицы.

$$\sum_{j=1}^S \sum_{i=1}^n x_{ij} \rightarrow \max \quad (17)$$

Целевая функция (17) выбирает такую декомпозицию, в которой максимальное число деталей входят в сборочные единицы.

$$\sum_{j=1}^S s_j \rightarrow \max. \quad (18)$$

Целевая функция (18) выбирает декомпозицию с максимальным числом сборочных единиц.

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^S y_{kj} \rightarrow \max \quad (19)$$

Целевая функция (19) выбирает декомпозицию, в которой максимальное число гиперребер входит в подграфы. Это значит, что связи большой кратности реализованы на ранних этапах сборочного процесса, когда сложность составных частей еще не очень высока.

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^S y_{kj} + \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^S z_{mj} \rightarrow \max. \quad (20)$$

Число ребер и гиперребер, вошедших в сборочные единицы, должно быть максимальным (20). Поскольку общее число связей в гиперграфе не меняется, то целевая функция минимизирует количество связей между отдельными СЕ. Она работает подобно критериям кластерного анализа, где множество объектов делится на подмножества (кластеры), в которых «сила» внутренних связей превосходит внешнюю.

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^S c_k y_{kj} + \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^S c_m z_{mj} \rightarrow \max . \quad (21)$$

Здесь c_k , (c_m) - число различных поверхностей, которые требуется сопрячь для реализации механической связи, представленной k -ым гиперребром (m -ым ребром). Эти числа являются косвенными показателями сложности соединения. Для финальной сборки лучше оставлять такие соединения, которые не требуют сложной пространственной координации по нескольким поверхностям одновременно. Критерий (21) максимизирует общее число сопрягаемых поверхностей в сборочных единицах. Это автоматически уменьшает число сопряжений на этапе общей сборки.

$$\sum_{j=1}^{S-1} \sum_{k=j+1}^S \left(\sum_{i=1}^n x_{ij} - \sum_{i=1}^n x_{ik} \right) \rightarrow \min . \quad (22)$$

Критерий (22) выбирает декомпозицию, в которой разность мощностей отдельных подграфов (СЕ) минимальна.

Для решения описанной задачи дискретного математического программирования можно применить как классические методы (отсечения границ и ветвей, вектора спада и др.), так и современные методы оптимизации, основанные на алгоритмах, инспирированных природой [16].

Литература

1. Wang Y., Liu J. Subassembly identification for assembly sequence planning // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2013. Volume 68, Issue 1 - 4. Pp. 781 - 793. DOI:10.1007/s00170-013-4799-y.
2. Deshmukh A., Yung P., Wang H-P. Automated generation of assembly sequence based on geometric and functional reasoning // Journal of Intelligent Manufacturing. 1993. Vol 4, Issue 4. Pp. 269 - 284. DOI:10.1007/BF00124140.
3. Hemmskerk C., Van Luttervelt C. The use of heuristics in assembly sequence planning // CIRP Annals - Manufacturing Technology. 1989. Volume 38, Issue 1. Pp. 37 - 40. DOI:10.1016/s0007-8506(07)62647-x.
4. O'Shea B., Kaebernick H., Grewal S. Using a cluster graph representation of products for application in the disassembly process planning // Concurrent Engineering. 2000. Volume 8, Issue 3. Pp. 158 - 170. DOI:10.1177/1063293x0000800301.
5. Dini G., Santochi M. Automated sequencing subassembly detection in assembly planning // CIRP Annals - Manufacturing Technology. 1992. Volume 41, Issue 1. Pp. 1 - 4. DOI:10.1016/s0007-8506(07)61140-8.
6. Cao Y., Kou X., Cao S. A sub-assembly identification algorithm for assembly sequence planning // International Industrial Informatics and Computer Engineering Conference. 2015. DOI:10.2991/iiccec-15.2015.127.
7. Zhang Y., Ni J., Lai X. Automated sequencing and sub-assembly detection in automobile bod assembly planning // Journal of Materials Processing Technology. 2002. Volume 129, Issue 1 - 3. Pp. 490 - 494.
8. Zussman E., Lenz E., Shpitalni M. An Approach to the Automatic Assembly Planning Problem // CIRP Annals - Manufacturing Technology. 1990. Volume 39, Issue 1 Pp. 33 - 36. DOI:10.1016/s0007-8506(07)60997-4.
9. Ong N., Wong Y. Automatic subassembly detection from product model for disassembly sequence generation // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 1999. Volume 15, Issue 6. Pp. 425 - 431. DOI:10.1007/s001700050086.
10. Lee S. Subassembly identification and evaluation for assembly planning // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. 1994. Volume 24, Issue 3. Pp. 493 - 503. DOI:10.1109/21.278997.
11. Lee S., Shin Y. Assembly planning based on subassembly extraction // Robotics and Automation. Proceedings., 1990 IEEE International Conference. 1990. V. 3. Pp. 1606 - 1611. DOI:10.1109/ROBOT.1990.126239.
12. Mascle C. Automatic a priori, a posteriori or appropriate determination of subassemblies // International Journal of Production Research. 1998. Volume 36, Issue 4. Pp. 1001 - 1021. DOI:10.1080/002075498193499.
13. Ghandi S., Masehian El. Review and taxonomies of assembly and disassembly path planning problems and approaches // Computer-Aided Design. 2015. Vol. 67 - 68. Pp. 58 - 86. DOI:10.1016/j.cad.2015.05.001.
14. Божко А.Н. Алгебраические модели сборки изделий // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2016. № 12. DOI: 10.7463/1216.0852565.
15. Божко А.Н. Структурные модели собираемости изделий // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. №10. DOI:107463/1013.0622946.
16. Карпенко А.П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой. М.: МГТУ, 2014. 448 с.