

# Об использовании следа трёхмерной полигональной модели при проверке её проходимости по заданной траектории<sup>1</sup>

В.А. Ромакин,  
с.н.с., к.т.н., insight.ru@gmail.com  
ИГУ РАН, г. Москва

В работе рассматриваются вопросы использования следа трёхмерной полигональной модели при проверке её проходимости по заданной траектории в пространстве с препятствиями.

The article examines the problem of checking the passability of polygon mesh along given path in the obstructed space using polygon mesh track.

## Введение

В некоторых практических приложениях стоит задача построения траектории трёхмерных полигональных моделей в пространстве с препятствиями. Однако, известные методы построения пути рассматривают перемещаемый объект как точку или, в лучшем случае, как сферу [1]. Но, если построить такую траекторию, рассматривая объект как точку или сферу, в дальнейшем потребуются проверить, сможет ли по построенному пути пройти сам объект.

Задача проверки проходимости полигональной модели объекта по заданной траектории в пространстве с препятствиями поставлена и частично освещена в [2]. Объект и препятствия задаются в виде трёхмерных полигональных моделей. Под траекторией понимается конечная последовательность геометрических преобразований (переносов и поворотов) полигональной модели объекта в пространстве. Требуется проверить, может ли полигональная модель объекта  $M$  пройти по заданной траектории без пересечений с полигональной моделью препятствий  $B$ . Пусть траектория движения  $T(M)$  состоит из  $N$  промежуточных положений модели  $M$ , между которыми модель либо параллельно переносится, либо поворачивается в пространстве вокруг некоторой оси. Обозначим  $M_i$  - модель  $M$  в  $i$ -м промежуточном положении ( $i=1..N$ ) и  $T_i$  - участки траектории между  $i$  и  $i+1$  промежуточным положением ( $i=1..N-1$ ).

Задача проверки пересечения полигональной модели в промежуточных положениях с моделью препятствий достаточно подробно рассмотрена в [2]. Настоящая работа посвящена задаче проверки пересечения полигональной модели с моделью препятствий при движении на участках траектории  $T_i$ .

Поскольку траектория геометрической фигуры представляет собой конечную последовательность перемещений объекта, направленную на достижение поставленной цели, то её можно рассматривать как технологическую цепочку, а задачу проверки проходимости фигуры по заданной траектории — как задачу оценки качества технологической цепочки [3].

## След трёхмерной полигональной модели

Назовем следом фигуры тот объём пространства, который она занимает при перемещении или вращении в пространстве. Например, при параллельном переносе следом точки будет прямой отрезок, следом прямого отрезка — параллелограмм (в вырожденном случае — прямой отрезок), следом треугольника — треугольная призма (в вырожденном случае — четырёхугольник), следом сферы - капсула (см. рис. 1).

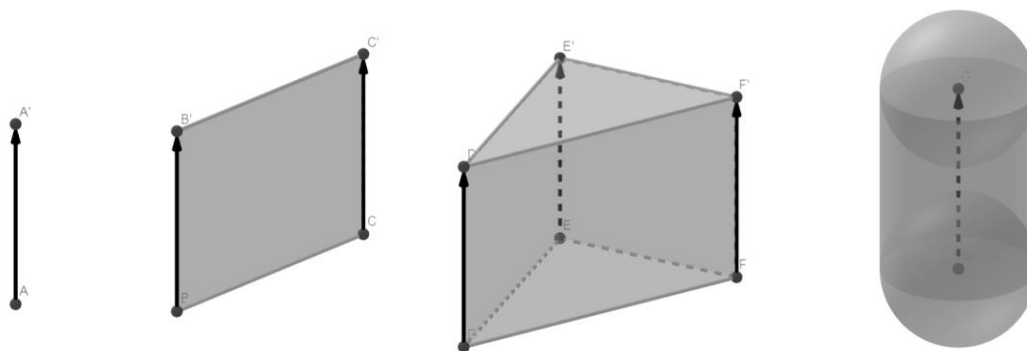


рис. 1. След фигуры

Очевидно, что если фигура при перемещении пересекается с препятствиями, то и её след также пересекается с ними, и наоборот. Поэтому проверку пересечения перемещаемой или поворачиваемой полигональной модели с моделью препятствий можно свести к проверке пересечения следа полигональной модели с моделью препятствий.

След полигональной модели представляет собой объединение следов её граней. Помимо следа полигональной модели можно рассматривать след вершин и рёбер полигональной модели. Обозначим  $S_i$  – след полигональной модели на участке траектории  $T_i$ , а  $S^1_i$  и  $S^2_i$  - объединение следов соответственно вершин и рёбер полигональной модели на участке траектории  $T_i$ . Очевидно, что  $S_i \supseteq S^2_i \supseteq S^1_i$ . При проверке пересечения  $S_i$  и  $B$  можно сделать допущение и приблизить  $S_i$  одним из двух его подмножеств  $S^2_i$  или  $S^1_i$ . При этом если пересечение подмножеств  $S^2_i$  или  $S^1_i$  с препятствиями  $B$  будет обнаружено, тогда и след  $S_i$  будет пересекаться с препятствиями. Но если пересечение под-

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке проекта РФФИ № 16–29–12839–офи\_м.

множеств  $S^2_i$  или  $S^1_i$  с препятствиями В не будет обнаружено, тогда еще нельзя говорить о том, след  $S_i$  не пересекается с препятствиями.

Например, если приблизить след граней  $S_i$  следом вершин  $S^1_i$ , то появляется возможность пропустить пересечение полигональной модели с выступами или углами модели препятствий, которые могут не коснуться следа ни одной из вершин, но пересечь след одного из ребер перемещаемой модели (см. рис. 2а). Аналогично, если приблизить след граней  $S_i$  следом ребер  $S^2_i$ , то появляется возможность пропустить пересечение полигональной модели с небольшими автономными элементами модели препятствий (если таковые существуют), которые могут не коснуться следа ни одного из ребер, но пересечь след одной из граней перемещаемой модели (см. рис. 2б).

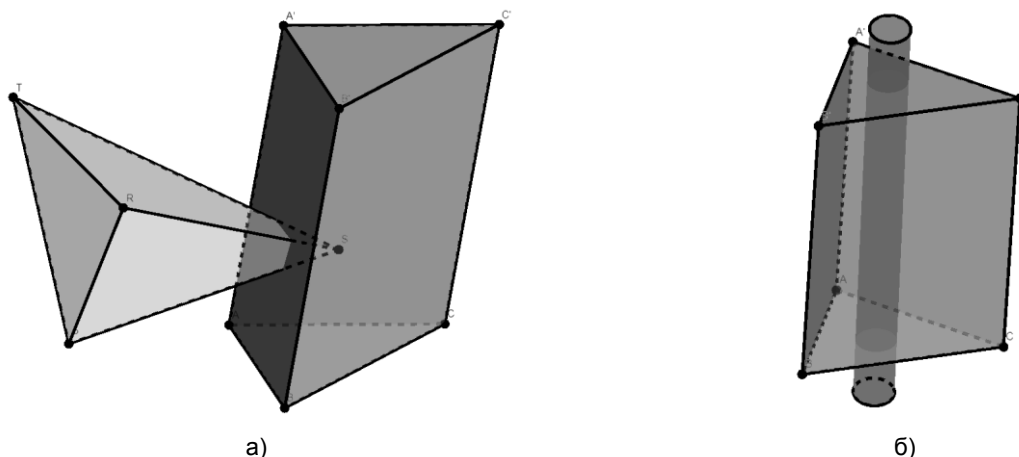


рис. 2. Модель М представлена в виде треугольника (нижнее основание треугольной призмы), след вершин — параллельные ребра треугольной призмы, след ребер — боковые грани призмы. Модель препятствий — а) тетраэдр, б) цилиндр.

В случае перемещения модели по прямому отрезку след вершины представляет собой прямой отрезок. Для проверки его пересечения с треугольником из В можно использовать, например, алгоритм Моллера-Трумбора определения пересечения луча и треугольника в трёхмерном пространстве [4]. Этот алгоритм определяет расстояние от начала луча до точки пересечения с треугольником (если она существует), и если это расстояние меньше длины следа вершины, то след вершины (а следовательно, и вся полигональная модель) пересекается с треугольником. След ребра представляет собой четырехугольник, который можно представить в виде двух треугольников. След грани представляет собой треугольную призму, поверхность которой можно представить в виде 8-ми треугольников. Для проверки пересечения этих фигур (после разбиения на треугольники) и треугольников из В можно использовать алгоритм Моллера [5].

В случае поворота модели в пространстве след вершины представляет собой дугу окружности. Алгоритм проверки пересечения дуги окружности с треугольником может быть следующим.

- 1) Найти линию пересечения плоскости окружности и плоскости треугольника (если она существует).
- 2) Найти точки пересечения этой линии и дуги окружности (если таковые существуют).
- 3) Проверить, лежит ли хотя бы одна точка пересечения в треугольнике.

Следы ребер и граней при повороте представляют достаточно сложные тела вращения, и в общем случае их непосредственное использование для проверки пересечения не представляется возможным. В качестве решения можно предложить на участках поворота представлять ребра (грани) полигональной модели конечным множеством равномерно распределенных по ребру (грани) точек, и при проверке пересечения рассматривать множество следов каждой из этих точек.

### Заключение

Рассмотрены вопросы использования следа трёхмерной полигональной модели при проверке её проходимости по заданной траектории в пространстве с препятствиями.

### Литература

1. Ромакин В.А. Автоматизация разборки трёхмерных моделей машиностроительных конструкций // Информационные технологии в проектировании и производстве. – 2016. №4. – С. 24-28.
2. Ромакин В.А. Проверка проходимости полигональной модели по заданной траектории / Труды 17-й Международной конференции «Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта» (CAD/CAM/PDM-2017, Москва). М.: ИПУ РАН, 2017. С. 148-150.
3. А. В. Латышев, В. А. Ромакин, В. М. Хачумов, М. В. Хачумов. «Методы и модели автоматического синтеза технологических процессов, основанного на знаниях», Программные системы: теория и приложения, 2016, 7:3(30), с. 25–43.
4. T. Moller, B. Trumbore. Fast, minimum storage ray-triangle intersection. Journal of Graphics Tools, v.2 n.1, pp.21-28, 1997.
5. T. Moller. A fast triangle-triangle intersection test. Journal of Graphics Tools, 1997; 2(2): 25–30.