

Оптимизация штампованных деталей

Д.В. Фёдоров,
инж.-прогр., к.ф.-м.н., d.v.fedorov@mail.ru,
В.С. Прокопов,
рук. отд. прочност. анализа, к.т.н., vladimir.prokopov@gmail.com,
ООО НТЦ «АПМ», г. Королёв

Рассматривается вариант метода структурной оптимизации для деталей, изготавливаемых штамповкой. Метод использует относительно небольшое количество переменных и ограничений и может быть использован на неравномерной сетке.

A method of structural optimization for stamping is considered. The method uses relatively small number of design variables and constraints and works on non-uniform grids.

1. О структурной оптимизации

Поиск наилучшего распределения материала в конструкции называется структурной оптимизацией (см. [1]). Одной из её разновидностей является метод SIMP. Согласно этому методу область проектирования (ОП) разбивается на конечные элементы (КЭ) и каждому элементу присписывается объёмная доля (ОД) – число от 0 до 1, характеризующее заполненность элемента материалом (0 – пустота, 1 – полное заполнение). Ищется оптимальное распределение ОД. При этом жёсткость элемента зависит от ОД по степенному закону, показатель степени в котором выбирается большим 1, например – 3. Такой выбор приводит к тому, что промежуточные ОД становятся невыгодными и в оптимизированной конструкции их мало, то есть отчётливо видно, где есть материал, а где его нет. Постановка задачи имеет вид

$$T(x_f(x)) \rightarrow \min, \quad C(x_f(x)) \leq 0,$$

где x – вектор проектных переменных, x_f – вектор ОД элементов, T – целевая функция (ЦФ), C – ограничения (например, на объём в задаче минимизации податливости или на максимальное напряжение в задаче минимизации массы). Вектор x_f получается из x применением фильтра минимального размера фрагмента ([1]) с некоторым заданным значением D_{\min} , который может представлять собой оператор усреднения по окрестности диаметра D_{\min} .

2. Надстройка для штамповки

В данном докладе рассматривается надстройка к методу структурной оптимизации, предназначенная для случая, когда имеется дополнительное условие: оптимизированная деталь должна быть штампуемой. Задача с этим условием уже решалась другими авторами, например, в [2]. В отличие от упомянутой работы, мы рассматриваем лишь два противоположных направления роста (это такие направления, вдоль которых ОД не возрастает), соответствующими направлению штамповки в настоящей работе. Однако предлагаемый нами метод использует на порядок меньшее количество переменных и дополнительных ограничений и может быть использован на неравномерной сетке.

3. Условие штампуемости

Для краткости будем предполагать, что ОП содержит всю конструкцию. В случае, если ОП содержит только её часть, применим аналогичный подход.

Мы ищем оптимальную форму детали среди штампуемых вариантов. Такие варианты могут быть описаны двумя поверхностями: нижней и верхней (названия – условные, поскольку направление штамповки – произвольное). Данные поверхности могут иметь дыры. В этом случае положение дыр на верхней поверхности соответствует их положению на нижней. Область между этими поверхностями полностью заполнена материалом, вне этой области материала нет.

Отметим, что для различных направлений штамповки могут получаться разные результаты оптимизации с учётом рассматриваемого условия.

4. Алгоритм

4.1. Построение вспомогательной равномерной сетки

Строим ортонормированный базис, такой, что направление последнего орта совпадает с направлением штамповки. Строим минимальный прямоугольный параллелепипед, ориентированный по этому базису, содержащий ОП целиком. Строим в этом параллелепипеде равномерную сетку (РС) с заданным приблизительным размером ячейки. Пусть (r_1, r_2, r_3) обозначает координаты точки в системе координат, связанной с РС. Набор ячеек РС с одинаковыми значениями координат r_1 и r_2 их центров будем называть *столбиком*. Пусть z обозначает вектор, аппроксимирующий x на РС.

4.2. Задание проектных переменных

Вместо классических проектных переменных x мы используем новые: f . При этом x становятся функциями f . Пусть B – количество столбиков. Для каждого номера столбика $b = 1, \dots, B$ введём 3 проектные переменные:

l_b – координата r_3 нижней границы заполненной области в столбике номер b ,

u_b – верхней,

d_b – значение относительной плотности столбика.

Тогда

$$t = (l_1, u_1, d_1, \dots, l_B, u_B, d_B).$$

4.3 Задание ограничений

В дополнение к основным ограничениям C устанавливаем ограничения штамповки C_s : для каждого $b = 1, \dots, B$

$$L_b \leq l_b, \quad l_b \leq u_b, \quad u_b \leq U_b, \quad 0 \leq d_b, \quad d_b \leq 1.$$

Здесь L_b и U_b – минимальное и максимальное значения координаты r_3 точки из пересечения КЭ модели и столбика номер b . Использование этих двух величин в ограничениях обеспечивает, в частности, ненулевые производные ЦФ по t .

4.4. Задание начального приближения

В качестве начального приближения l_b и u_b выбираем минимально и максимально возможными, и берём равномерное распределение d_b .

4.5. Оптимизация

Производится итерационный поиск оптимальных значений проектных переменных. Постановка задачи оптимизации имеет вид

$$T(x(z(t))) \rightarrow \min, \quad C(x(z(t))) \leq 0, \quad C_s(t) \leq 0.$$

Каждая итерация включает шаги, описанные ниже.

Шаг 1. Расчёт аппроксимации на равномерной сетке по проектным переменным. Компоненты вектора z вычисляем по формуле

$$z_c = p_c \cdot d_b,$$

где c – номер ячейки, b - номер столбика, в котором находится ячейка c , p_c – доля площади ячейки c , находящейся между нижней и верхней границами, соответствующими l_b и u_b . Рис. 1. иллюстрирует схему вычисления z (направление штамповки – вертикальное).

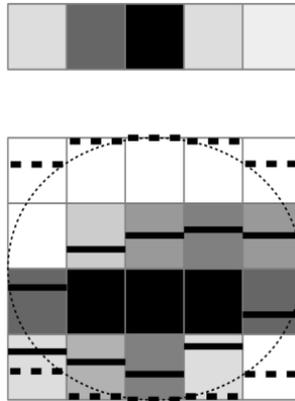


рис. 1. Построение z по t

Обозначения на рис. 1:

- пунктирный эллипс – ОП,
- сплошные горизонтальные линии соответствуют l_b и u_b ,
- пунктирные горизонтальные линии соответствуют L_b и U_b ,
- белый цвет – 0, чёрный – 1, серый – промежуточные значения,
- цвета квадратиков в нижней части соответствуют значениям p_c , в верхней – d_b .

Шаг 2. Проекция с равномерной сетки на исходную. Компоненты вектора x рассчитываем по формуле

$$x_e = (\sum v_{ec} z_c) / v_e,$$

где v_{ec} – объём пересечения элемента e с ячейкой c , v_e – объём элемента e .

Шаг 3. Расчёт ЦФ и ограничений на исходной сетке. Данные функции вычисляются по классической схеме ([1]).

Шаг 4. Вычисление производных. Градиентным методам оптимизации требуются производные ЦФ и ограничений по проектным переменным. В этом случае сначала вычисляем производные по x по классической схеме

(см. [1]). После этого производные по z , а затем – и по t , получаем по правилу дифференцирования сложной функции.

5. Пример

Рассмотрим следующую задачу:

- ОП – цилиндр. Направление оси: $(1, 1, 0)$, радиус: 100 мм, размер вдоль оси: 100 мм.
- Нагрузки: в центре видимого основания цилиндра приложена сила, направленная вниз.
- Закрепления: невидимое основание цилиндра неподвижно закреплено.
- Материал: сталь.
- ЦФ – податливость.
- Ограничение: доля использованного материала – 40%.
- Направление штамповки: $(1, -1, 0)$.

На рис. 2 приведены результаты решения данной задачи в системе APM Structure3D. В качестве оптимизатора использовался метод подвижных асимптот. Параметр D_{\min} в данном расчёте равен 40 мм.

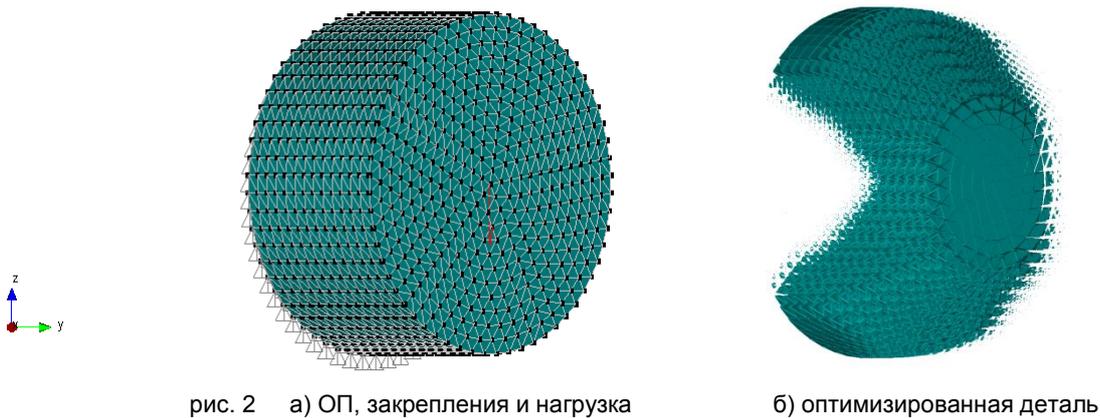


рис. 2 а) ОП, закрепления и нагрузка

б) оптимизированная деталь

Заключительные замечания

Описанный подход может быть легко модифицирован для деталей, изготавливаемых с помощью некоторых видов литья. Отметим также, что среда APM Structure3D позволяет оптимизировать изделия и при других ограничениях (см., например, [3]).

Литература

1. Christensen P. W., Klarbring A. An Introduction to Structural Optimization. Springer, 2009.
2. Ковалёв С. П., Шаймарданов М. Ю. Учёт технологических ограничений при топологической оптимизации в цикле проектирования изделий машиностроения // Труды XVI-ой Международной молодёжной конференции «Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта» (CAD/CAM/PDM – 2016), С. 399 – 402.
3. Венедиктов М. О., Фёдоров Д. В., Прокопов В. С. Выбор рациональных параметров и учёт технологических ограничений в методе топологической оптимизации // 2-я Всероссийская научно-техническая конференция "Механика и математическое моделирование в технике" (22-23 ноября 2017 г.), С. 365 – 370.