

Принципы решения динамических задач прокладки пути на основе метода функционально-воксельного моделирования

П.А. Петухов,
асп., petuxowpawel@yandex.ru,
М.А. Локтев,
к.т.н., доц., m.loktev@stankin.ru,
МГТУ «СТАНКИН», г. Москва

В данной работе рассматриваются задачи поиска возможных вариантов построения трассы с помощью функционально-воксельного моделирования с применением принципов метода потенциалов, на примере сложных коммуникаций технических систем. На основе функционально-воксельного моделирования создается графическая среда трассировки, которая способствует формированию трассы от начальной до конечной точки, в обход статических препятствий. Принцип потенциальных полей позволяет динамически сканировать пространство с препятствиями для решения таких задач в слабо детерминированной среде.

In this study, we consider the problem of finding possible route variants with the help of functional-voxel modeling and the method of potential, in the case of complex communications in a technical system. On the basis of functional-voxel modeling, a graphic trace system is created, which forms the trace from the initial to the end point, bypassing obstacles, and also by the method of potential.

На сегодняшний день существует множество подходов для решения задач, связанных с поиском пути в детерминированной (заранее определённой) среде. В большинстве случаев они сводятся к задачам управления объектом, движущегося к цели. Использование различных подходов при построении трассы (или группы трасс) в зависимости от используемого метода предъявляет определённые требования. Так, к примеру, для построения оптимального маршрута мобильного робота можно использовать такие параметры, как «близость» к препятствию и величины, влияющие на выбор решения. Варьируя данными параметрами можно оптимизировать варианты решения для каждой конкретной ситуации. Алгоритм основан на использовании «притягивающего» и «отталкивающих» полей, в результате которого на каждом шагу рассчитывается потенциальное поле в текущем положении координат, а затем рассчитывается сила, индуцированная этим полем. Полученная сила определяет направление движущего объекта к назначенной цели. Метод характерен тем, что позволяет постоянно сканировать динамически изменяемую среду. Недостатком является временная зависимость работы алгоритма от количества препятствий в среде.

Метод, который позволяет более полно описать геометрические свойства объекта на компьютере является метод функционально-воксельного моделирования (ФВМ). Функционально-воксельное моделирование – графическое представление данных об объекте, которое использует аналитический способ описания моделей. ФВМ позволяет эффективно решать задачи, связанные с прокладкой трасс с использованием статического (аналитического) описания объектов-препятствий. Добавление динамической составляющей метода потенциалов позволит эффективно строить маршрут для слабо детерминированных сред, где доступны к использованию сильные стороны обоих методов. Реализация данного подхода позволит привести к синтезу двух методов: метода «потенциалов» и метода ФВМ.



рис. 1. Функциональная модель интерактивного редактора

В работе рассматриваются задачи поиска трасс с помощью ФВМ, на примере сложных коммуникаций в технической системе. На основе метода ФВМ разработана графическая система трассировки [2]. Эта система формирует трассу от выбранной точки и до конечной точки в обход препятствий. Использование метода ФВМ в решении задач поиска пути, можно сравнить с хорошо известным методом потенциалов. Применение функционально-воксельного подхода отличается использованием графических образов, на основе которых

получается ряд возможных трасс. В работе будет представлена концепция по синтезу двух методов. Для этого рассмотрим описание сцены методом потенциалов, применительно к методу ФВМ. На рисунке 1 демонстрируется функциональная модель IDEF0 системы, описывающая построение возможных трасс.

Метод потенциальных полей

Вспомогательным средством для построения трассы в системе применяется метод потенциальных полей (potential fields). Традиционные подходы метода потенциальных полей создают притягивающее поле внутри цели. Потенциальное поле определяется через все свободное пространство, и на каждом временном шаге вычисляется потенциальное поле для текущего положения, а затем рассчитывается система индуцированных этим полем сил. Трасса прокладывается в соответствии с системой сил. Принцип работы метода представлен на рисунке 2.

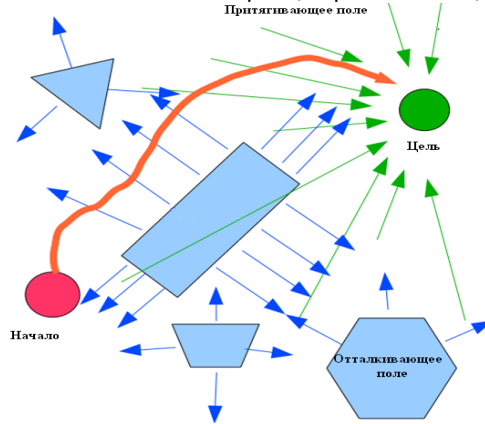


рис. 2. Притягивающие и отталкивающие поля

Для того чтобы построить трассу необходимо вычислить потенциал функции. Формула в общем виде для вычисления потенциала, как правило представляется в виде:

$$U(q) = U_{att}(q) + U_{rep}(q) \quad (1)$$

«Притягивающий» потенциал $U_{att}(q)$ и его градиент определяется как функция от фактической конфигурации q и конфигурации цели q_{goal} .

$$U_{att}(q) = \begin{cases} \frac{1}{2}\zeta d^2(q, q_{goal}), & d(q, q_{goal}) \leq d_{goal}^* \\ d_{goal}^* \zeta d(q, q_{goal}) - \frac{1}{2}\zeta (d_{goal}^*)^2, & d(q, q_{goal}) > d_{goal}^* \end{cases} \quad (2)$$

$$\nabla U_{att}(q) = \begin{cases} \zeta(q - q_{goal}), & d(q, q_{goal}) \leq d_{goal}^* \\ \frac{d_{goal}^* \zeta (q - q_{goal})}{d(q, q_{goal})}, & d(q, q_{goal}) > d_{goal}^* \end{cases} \quad (3)$$

где ζ – коэффициент притяжения; $d(q, q_{goal})$ – расстояние между текущим положением и положением цели; d_{goal}^* – пороговая функция, изменяющее свое значения для того, чтобы сбалансировать величину потенциала.

«Отталкивающий» потенциал $U_{rep}(q)$ и его градиент определяется как функция расстояния $D(q)$ от фактической конфигурации q и ближайшим препятствием.

$$U_{rep}(q) = \begin{cases} \frac{1}{2}\eta \left(\frac{1}{D(q)} - \frac{1}{Q^*} \right)^2, & D(q) < Q^* \\ 0, & D(q) > Q^* \end{cases} \quad (4)$$

$$\nabla U_{rep}(q) = \begin{cases} \eta \left(\frac{1}{Q^*} - \frac{1}{D(q)} \right) \frac{1}{D^2(q)} \nabla D(q), & D(q) \leq Q^* \\ 0, & D(q) \geq Q^* \end{cases} \quad (5)$$

где η – отталкивающий коэффициент; $D(q)$ – расстояние между конфигурацией q и его ближайшим препятствием; Q^* – порог близости препятствий. Для того чтобы получить полную картину, нам необходимы формулы для перемещения в потенциальном поле и другие, которые влияют на построение трассы. Для этого были описаны формулы, которые используются для вычисления потенциала, перемещения, действующих сил и остальные компоненты.

Формула перемещения движущего объекта

Одной из важнейших формул для подсчета является формула перемещения, ведь благодаря ней осуществляется перемещение на основе действующих сил. Данная формула вычисляется как произведение вектора скорости, умноженное на шаг дискретизации (шаг, с которым осуществляется движение объекта). Формулы для подсчета перемещения по оси x и y представлены ниже:

$$x_i = \sum_{i=1}^n \vec{v}_{x_i} * dt, \quad (6)$$

где \vec{v}_{x_i} – проекция вектора скорости на ось x на i -ом шаге, dt – шаг дискретизации.

$$y_j = \sum_{j=1}^m \vec{v}_{y_j} * dt, \quad (7)$$

где \vec{v}_{y_j} – проекция вектора скорости на ось y на j -ом шаге, dt – шаг дискретизации.

Из формул (6) и (7) видно, что для расчета перемещения, нужно знать значение вектора скорости, значение шага дискретизации является константой и задается вручную. Соответственно, перейдем к расчету вектора скорости или формулы расчета движения.

Формула расчёта движения, на основе действующих сил

На основе формулы движения определяется, насколько быстро мы будем перемещаться. Данная формула определяется как отношение произведения действующей силы умноженного на шаг дискретизации, деленного на вес объекта движущего к цели. Формула для расчета движения по оси x и y соответственно представлены ниже [2]:

$$\vec{v}_{x_i} = \frac{F_{x_i} * dt}{m}, \quad (8)$$

где F_{x_i} – действующая сила по оси x на i -ом шаге, dt – шаг дискретизации, m – вес объекта, движущегося к цели.

$$\vec{v}_{y_j} = \frac{F_{y_j} * dt}{m}, \quad (9)$$

где F_{y_j} – действующая сила по оси y на j -ом шаге, dt – шаг дискретизации, m – вес объекта, движущегося к цели.

Из формул (8) и (9) получаем, что для расчета формулы движения на основе действующих сил нужно знать саму действующую силу на определенном шаге. Вес объекта m , движущий к цели является в данном случае константой, задаваемой вручную перед началом моделирования и отрисовкой объектов.

Формула расчёта действующих сил

На основе формулы расчета действующих сил определяется, с какой скоростью движущий объект будет перемещаться в пространстве, а именно за это будет отвечать величина проекции скорости, которая в свою очередь может ускорять и замедлять движущий объект в зависимости от ее величины. Изначально величина проекции расчета скорости имеет нулевую величину, но затем она пересчитывается после получения расчета действующих сил. Формула расчета действующих сил выражается следующим образом [2]:

$$F_{x_i} = m * (v_{tx_i} - v_{x_i}), \quad (10)$$

где v_{tx_i} – скорость перемещения по оси x на i -ом шаге.

$$F_{y_j} = m * (v_{ty_j} - v_{y_j}), \quad (11)$$

где v_{ty_j} – скорость перемещения по оси y на j -ом шаге.

Из формулы (10) и (11) получаем, что для расчета действующих сил необходимо знать величину скорости перемещения на каждом шаге. Величина проекции вектора скорости известна на первом шаге, но на следующем шаге ее необходимо пересчитать - нужно найти величину скорости перемещения, затем рассчитать действующую силу на каждой из осей, и наконец, можно пересчитывать величину проекции вектора скорости на каждую из осей.

Формула расчёта скорости перемещения

Данная формула рассчитывается как произведение радиуса максимального сближения с объектом-препятствием или целью, умноженного на общий потенциал действующего поля. Ключевую роль в перемещении будет играть действующие потенциальные поля, которые суммируются, и получается общий потенциал [2].

$$v_{tx_i} = v_{tN_i} * U(x), \quad (12)$$

$$v_{ty_j} = v_{tN_j} * U(y), \quad (13)$$

где v_{tN} – радиус максимального сближения с объектом, $U(x)$ и $U(y)$ – общие потенциальные поля по оси x и y соответственно. Из формул (12) и (13) видно, что скорость перемещения зависит от двух величин – радиус максимального сближения с объектом v_{tN} и общие потенциальные поля по оси x и y , $U(x)$ и $U(y)$. Для того чтобы знать скорость перемещения, для начала рассчитаем величины, которые необходимы для получения итогового значения.

Формула расчёта радиуса максимального сближения с объектом-препятствием (целью)

Радиус максимального сближения с объектом-препятствием или целью рассчитывается как коэффициент безопасного расстояния между текущим положением движущего объекта до препятствия или цели пополам [2].

$$v_{tN} = \frac{S}{2}, \quad (14)$$

где S – коэффициент безопасного расстояния между текущим положением и препятствием или целью.

Из формулы (14) видно, что радиус максимального сближения, не позволит приблизиться к препятствию или цели ровно на половинное значение коэффициента безопасного расстояния. Чтобы рассчитать значение v_{tN} прежде рассмотрим более подробно формулу для подсчета коэффициента безопасного расстояния.

Формула для подсчёта коэффициента безопасного расстояния

Коэффициент безопасного расстояния между текущим положением движущего объекта и ближайшим препятствием или целью, рассчитывается как отношение квадрата расстояния, деленное на сумму произведений общего потенциала по оси x умноженного на потенциал текущего объекта по оси x и общего потенциала по оси y умноженного на потенциал текущего объекта по оси y [2].

$$S = \frac{d^2}{(P_{x_i} * U(x) + P_{y_i} * U(y))}, \quad (15)$$

где d – расстояние между текущим положением объекта до ближайшего препятствия или цели, P_{x_i} и P_{y_i} – притягивающий / отталкивающий потенциал. Из формулы (15) получаем, что значение коэффициента безопасного расстояния зависит от достаточного количества параметров, а именно от расстояния между текущим положением объекта до ближайшего препятствия или цели d , от величин общего потенциала $U(x)$ и $U(y)$, и от притягивающего или отталкивающего потенциала P_{x_i} и P_{y_i} на i и j шаге, которые в сумме дают общий потенциал.

Формула для подсчёта расстояния до ближайшего объекта

Расстояние до ближайшего объекта расстояние дает возможность оценить насколько близко можно будет приблизиться к препятствию, не столкнувшись с ним. В формуле расчета расстояния уже присутствует величина, не позволяющая приблизиться «вплотную» к препятствию. Расстояние до ближайшего объекта рассчитывается как расстояния между центрами движущего объекта и препятствия минус сумма радиуса k -препятствия [2].

$$d_i = R - (r_{o_k} + r), \quad (16)$$

где R – расстояние между центрами движущего объекта и препятствия, r_{o_k} – радиус k -препятствия (цели), r – радиус движущегося объекта. Из формулы (16) получаем, что величина расстояния до ближайшего препятствия или цели зависит от самого расстояния между центрами движущего объекта и препятствия и от радиусов r_{o_k} и r . Данные значения являются статическими и задаются вручную при моделировании рабочей среды. Из формулы (15) было определено значение расстояние между центрами движущего объекта и препятствия.

Формула для расчёта потенциальных полей

Формула общего потенциала рассчитывает силу, индуцированного этим полем. В результате полученной силы прокладывается маршрут, в обход препятствий, который движется к цели. Общий потенциал рассчитывается как сумма потенциалов, которая в свою очередь может содержать притягивающий и отталкивающий потенциал [2].

$$U(x, y) = \sum_{i=1}^n P_{x_i y_i} \quad (17)$$

Из формулы (17) получаем общий потенциал, который был рассчитан на основе суммы потенциалов препятствий и потенциала цели, которые в свою очередь являются отталкивающими и притягивающим потенциалом соответственно. Притягивающий и отталкивающий потенциал рассчитывается по следующим формулам [2]:

$$P_{x_i} = \frac{C_i * (O_{x_i} - x_i)}{d_i^2}, \quad (18)$$

$$P_{y_i} = \frac{C_i * (O_{y_i} - y_i)}{d_i^2}, \quad (19)$$

где C_i – интенсивность i -го потенциала по оси x и y соответственно, O_{x_i} и O_{y_i} – положение i -го объекта-препятствия или цели по оси x и y . Из формулы (18) и (19) высчитываем величину потенциала, которая может быть притягивающей и отталкивающей. Ключевым параметром, который определяет тип потенциала (притягивающий или отталкивающий), является коэффициент интенсивности C_i . Если значение положительное, то это притягивающий потенциал, соответственно если значение отрицательное, то это отталкивающий. Величина O_{x_i} и O_{y_i} описывает текущее положение препятствия. Для того чтобы получить потенциал (притягивающий или отталкивающий) нужно перемножить на каждом шаге значение интенсивности на разность текущего положения препятствия (цели) и перемещения. После используется квадратичное гашение, чтобы получить окончательную величину потенциала. Рассчитав все потенциалы, переходим к их суммированию и получаем общий потенциал. На следующем шаге рассчитываем значение действующей силы, а затем считаем скорость перемещения. По скорости перемещения получается проекция вектора скорости, и наконец, рассчитывается перемещение по оси x и y . Однако, для того, чтобы строить маршрут, необходимо общую величину потенциала свести к единичному значению, т.е. произведем нормирование общего потенциала, на каждой из координатной оси.

Формула для расчёта коэффициента нормирования

Формула для расчета коэффициента нормирования является основным параметром при сглаживании построенного маршрута. Для нормирования необходимо вычислить коэффициент нормирования, после чего можно провести нормализацию потенциальных полей. Коэффициент нормирования рассчитывается как корень квадратный из суммы квадратов общего потенциала по оси x и y .

$$\|n\| = \sqrt{U(x)^2 + U(y)^2}, \quad (20)$$

где n – коэффициент нормирования. Из полученной формулы (20) нашли значение коэффициента нормирования, который приводит значение потенциала к норме. После нормализации всех полученных значений можно получить итоговый маршрут для трассы.

Приведем значение потенциала к норме, пересчитав значение потенциала. Оно вычисляется как отношение общего потенциала на коэффициент нормализации:

$$U'(x) = \frac{U(x)}{\|n\|} \quad (21)$$

$$U'(y) = \frac{U(y)}{\|n\|} \quad (22)$$

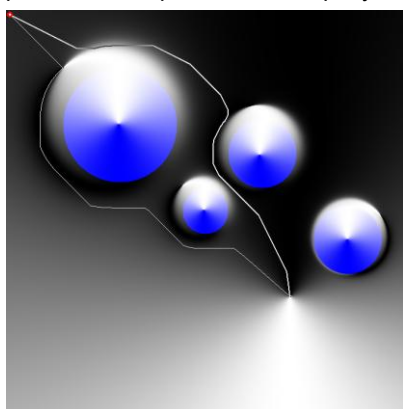
Из формулы (21) и (22) высчитываем величину общего потенциала и получаем новое значение общего потенциала $U'(x)$ и $U'(y)$. Все полученные формулы используются для движущего объекта в обход препятствий, которые обладают отталкивающим потенциалом, в сторону цели, обладающей притягивающим потенциалом.

Описание программного обеспечения для прокладки пути

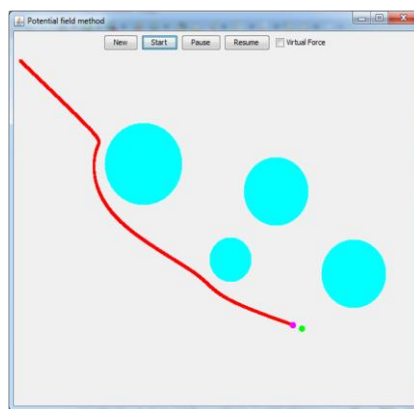
Для динамичной работы системы в детерминированной среде применяется метод ФВМ [4]. Создан графический модуль для трассировки на двумерных функционально-воксельных моделях, который позволяет моделировать сцену, при этом автоматически формируя аналитического описания модели. Для моделирования объектов-препятствий используется интерактивная графическая подсистема компоновки замкнутых контурных объектов [2].

Базовым примитивом, с которым работает пользователь, является плоское положительное полупространство. Строится замкнутый контурный объект путем компоновки из нескольких полупространств [2]. Программа разработана на языке высокого уровня Java в среде Eclipse. Программный комплекс представляет собой среду для динамического и интерактивного построения пути к назначенной цели с учетом обхода препятствий. Построение трассы и препятствий осуществляется в компоненте *contentPane*. Разработка осуществлялась на основе метода функционально-воксельного моделирования [5].

Синтез двух методов (ФВМ и потенциальных полей) позволяет ускорить время расчёта динамического движения объекта к выбранной цели. При этом стационарные препятствия и цель описаны градиентной поверхностью, что позволяет двигаться к цели по градиентному спуску. Динамические же препятствия подлежат постоянному мониторингу методом потенциальных полей. Разница в построении трассы с использованием функционально-воксельного метода без учета потенциальных полей продемонстрирована на рисунке 3а, а с учетом потенциальных полей в разработанном приложении на рисунке 3б.



(а)



(б)

рис. 3. Построение трассы с использованием: а) ФВМ ; б) Метода потенциалов.

Заключение

Метод функционально-воксельного моделирования (ФВМ) на сегодняшний день является молодым, по сравнению с методом потенциалов, и еще не проявил себя с полной силой. Он позволяет аналитически описывать сцены различной сложности, на основе которых создаются графические образы. Решение задачи поиска пути осуществляется градиентным методом, в котором анализируется локальная геометрическая информация на образе и прокладывается любое количество допустимых маршрутов [2]. Это является одним из преимуществ по сравнению с методом потенциалов, где сложность вычисления зависит от размера величины интенсивностей, а также от количества препятствий.

Однако, существуют задачи, где метод ФВМ пока не нашел своей реализации. Данные задачи основаны на обходе препятствий с динамической структурой, которые в определенный момент времени могут изменить свое направление. Такие среды можно назвать недетерминированные, так как неизвестно как поведет себя препятствие спустя некоторое время. С помощью метода потенциалов реализация данного подхода возможна, но довольно трудоемка, так как из-за изменения положения препятствия будет происходить пересчет всей рабочей области.

Таким образом, задача поиска пути в динамических средах сводится к синтезу двух решений: метода потенциалов, имеющий динамическую структуру, и метода функционально-воксельного моделирования, использующий градиентный подход для обхода пути. Реализация нового подхода позволит решать все те задачи, которые требуют максимальной готовности, чтобы обойти движущее препятствие.

Литература

1. Wilschut T. An obstacle avoidance algorithm for a mobile robot based upon the potential field method. // Eindhoven: University of Technology. 2011. P. 6-8.
2. Додонов С.В., Локтев М.А., Петухов П.А., Толоч А.В. «Интерактивная система создания и компоновки функционально-воксельных моделей для решения задачи поиска пути градиентным методом». Вестник МГТУ "Станкин" №3 (38). Москва: МГТУ "Станкин", 2016 г. С. - 66-69.
3. Толоч А.В. «Функционально-воксельные вычисления на компьютере». Труды 26-й Международной научной конференции GraphiCon2016. Н. Новгород: ИФТИ, ННГАСУ, 2016. С. 1-8.
4. Толоч А.В. «Функционально-воксельный метод в компьютерном моделировании». Под ред. академика РАН С.Н.Васильева. - Москва. ФИЗМАТЛИТ, 2016. – 112 с., ISBN: 978-5-9221-1680-0
5. Локтев М.А., Толоч А.В., Функциональный принцип обхода препятствий с применением метода функционально-воксельного моделирования // Вестник МГТУ «СТАНКИН». 2016. №1 (36). С. 75-80